

D

e

editor

MONOGRÁFICO: LAS MATEMÁTICAS

LA MATEMÁTICA COMO HERRAMIENTA BÁSICA DEL CONOCIMIENTO

M^{ra} Dolores Eraso Erró
Catedrática de Matemáticas

"Una de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, más bien que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, "saber hacer". El método matemático ha de predominar sobre el contenido".



M^{ra} Dolores Eraso Erró

(Miguel de Guzmán (2005)- "Textos de Miguel de Guzmán" Monografía 02 SUMA)

El tema general de este número de la revista IDEA, "La Matemática como herramienta básica del conocimiento" nos hace plantearnos diversas cuestiones relativas tanto al tipo de conocimiento del que hablamos como sobre la naturaleza de la herramienta a la que se hace referencia. No es lo mismo unas matemáticas para una educación obligatoria que para una post-obligatoria, como no es lo mismo su enseñanza en la etapa no universitaria que en la universitaria.

Hace tiempo que dejó de servir la concepción tradicional de la matemática como "Ciencia del número y de la extensión", así como que la enseñanza de las matemáticas

ha de tener una finalidad utilitaria, es decir, ha de servir como "las matemáticas del contable". Su utilidad es evidente, y lo ha sido históricamente, en ámbitos propios de las ciencias empírico-experimentales; no obstante, en la actualidad, las matemáticas, sobre todo la matemática discreta, se utilizan en el ámbito de las ciencias humanas. Tanto en el campo de la Lingüística como en el de las ciencias Sociales se están utilizando en la actualidad modelos matemáticos -matrices p.e.- que permiten recoger, organizar, manipular datos para realizar inferencias que contribuyen al progreso en estos campos del conocimiento.

No obstante, si hablamos de educación matemática, debemos considerar ante todo la virtualidad formativa de esta disciplina. Las matemáticas deben contribuir a la formación de los ciudadanos del siglo XXI. Han de servir de forma específica al desarrollo de la autonomía intelectual y social de la persona. Una persona educada matemáticamente, debe tener un nivel de competencia numérica que le capacite para entender y analizar la cantidad de información formal e informal que encuentra en cada momento; la competencia geométrica le va a dotar de herramientas para desenvolverse e interpretar el medio. La capacidad para el reconocimiento de situaciones problemáticas, el planteamiento de problemas y su resolución, es el correlato necesario de la autonomía intelectual, tanto para aprender a aprender, cuanto para erigirse en un ciudadano responsable sujeto de derechos y de deberes.

Todo esto se refuerza con la declaración de intenciones que hace el proyecto PISA: "La competencia matemática es la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo".

En este número hemos pretendido ofrecer a lectores especialistas y no especialistas en la materia, información, reflexiones, experiencias que nos acerquen a un campo del saber, las matemáticas, que, aunque muy antiguo en la historia del conocimiento, no ha sido tan accesible como quisiéramos a muchas personas.

s

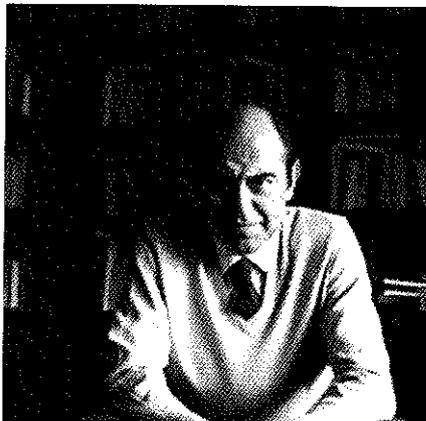
escolar

ersor

LAS MATEMÁTICAS OTRA FORMA DE COMUNICACIÓN

José Antonio Marina
Filósofo y escritor

¿Qué hace un filósofo hablando de matemáticas? Pues no hago más que recordar una gloriosa historia. Algunos de los mayores logros de la matemática son obra de filósofos: Pitágoras, Descartes, Leibniz, Russell, por ejemplo. La separación entre humanidades y ciencias ha sido un invento tardío y desdichado, que hago todo lo que puedo —que no es mucho— por aminorar. Desde hace muchos meses escribo una página sobre ciencia en EL CULTURAL de El Mundo, para obligarme a mí mismo a no perder contacto con esa gigantesca demostración de creatividad.



José Antonio Marina

Como pedagogo me preocupa el visceral rechazo de las matemáticas que tienen muchos de nuestros alumnos. Me parece grave porque vivimos en un mundo numérico, en el que el analfabetismo matemático dificulta la vida. También me preocupan, ciertamente, los científicos que desprecian las humanidades como si fueran un adorno inútil.

¿Hay alguna forma de salvar esta gran brecha? ¿Hay alguna manera de facilitar el acceso a las matemáticas? Creo que sí. Todas las creaciones humanas —artísticas, científicas, filosóficas, religiosas, etc.— tienen en común proceder de la misma inteligencia, que es una gigantesca fuente de invenciones. Con la especie humana apareció en el universo un afán incansable de crear.

Los seres humanos son seres fundamentalmente lingüísticos. Aspiran a contar y contarse el mundo. Para hacerlo han inventado sin parar idiomas, gramáticas, lenguajes. Pues bien, hay un fantástico momento en que se dieron cuenta de que resultaba difícil hablar de ciertas cosas utilizando las palabras corrientes. Eran cosas muy peculiares, que se referían a entidades reales, pero de manera abstracta, que designaban relaciones y comportamientos, historias de familia. Así se inventaron los números y sus sintaxis. Pero con eso no bastó. Había relaciones que no se podían medir con esos números, y hubo que inventar otros números diferentes: irracionales, complejos, transfinitos, redondos, mágicos. Cada una de esas invenciones resuelve unos problemas y plantea otros. Borges dijo que

le hubiera gustado escribir la historia del infinito, y no me cabe duda de que habría convertido en una maravillosa historia lo que es una paradójica historia, porque al hombre sensato le parece imposible que para las matemáticas haya unos infinitos mayores que otros.

En fin, creo que deberíamos contar las matemáticas como una gran aventura. Esto es importante porque el principal obstáculo que veda el camino hacia ellas no son de índole racional sino afectiva. La inteligencia humana está hecha para manejar conceptos concretos, que representan cosas reales: manzanas, peras o caballos. El pensamiento formal nos resulta antinatural, extraño, y muchos niños no soportan ese choque tan brutal. Los profesores de primaria deberían suavizar este tránsito. Recuerdo que mi fascinación por la geometría analítica se la debo a un profesor que me explicó lo maravilloso que era pensar una figura como la danza de un punto en el espacio, y lo fantástico que era poder reducir ese movimiento a una ecuación.

Tendríamos que saber rodear los números con palabras. Explicar elocuentemente la belleza y el poder de las matemáticas. Un alumno me ha preguntado si "ecuación" significa lo mismo en matemática, física y química. ¿Qué es una ecuación? Como su nombre indica, una igualdad. Lo más importante de su fórmula es el signo =. Pero hay otras expresiones que pretenden indicar igualdades, por ejemplo, una definición o una descripción. La definición de un triángulo pretende igualar lo definido con su definición. Pero esta igualdad no es una ecuación. ¿Qué añaden éstas? Descubren una relación entre elementos, una estructura dinámica en la que los elementos interactúan, por eso podemos intercambiarlos, simplificarlos, operar con ellos, como aprendimos en la escuela. Nos permiten ir de lo sabido a lo desconocido, averiguar las incógnitas. No exponen sólo lo que se sabe, sino que permiten descubrir lo desconocido. La ecuación de Dirac pretendía describir la conducta de un electrón, pero inopinadamente predijo la existencia de la antimateria. Tenía razón Dirac al comentar sorprendido: "Mi ecuación es más lista que yo".

Lo que he leído acerca de la invención matemática corrobora estas ideas sobre la relación entre matemáticas y estética. Henri Poincaré, uno de los grandes matemáticos de la historia, contó como había resuelto las funciones fuchsianas. Después de trabajar sobre el tema durante una temporada, sin alcanzar ningún resultado, emprendió un viaje que le hizo olvidar su trabajo matemático. En una de las etapas, al subir al autobús, se le ocurrió la solución. "Sin que nada en mis pensamientos anteriores hubiera preparado el camino —escribió—, vi que las transformaciones que había utilizado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclídea". Basándose en su experiencia, sostuvo que el trabajo matemático tiene tres partes: (1) El análisis consciente. (2) El período de incubación inconsciente. (3) El producto de esa actividad inconsciente emerge a la conciencia. Y, añadía, "el inconsciente se deja guiar por la belleza". No puede haber una ecuación bella que sea falsa, decía Einstein.

¿Por qué me parece importante todo esto? Porque tal vez estemos desaprovechando una gran herramienta pedagógica. Necesitamos convertir las matemáticas en el aprendizaje de un lenguaje, con el que vamos a contar historias maravillosas. Confieso que me gustaría contar esas aventuras de los números. Unas historias que no tienen una lógica fantástica sino una lógica implacable. ¿Y cómo atraer a un niño, al que le gusta divagar y fantasear, a ese camino riguroso de las matemáticas? Haciéndole ver que la precisión es también bella y, sobre todo, que es poderosa. Los niños pequeños aprenden el lenguaje apasionadamente, porque saben que dominarlo les introduce en el mundo adulto, amplía enormemente su poder. Las matemáticas también conceden al niño nuevos poderes. Le permiten resolver problemas de la vida real. Debemos, por ello, insistir en los poderes que van a recibir conociendo bien esas historias.

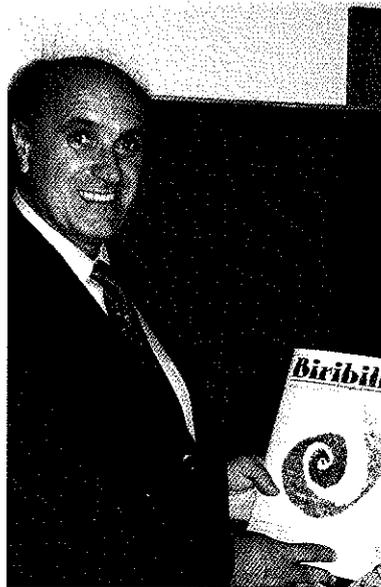
Recuerdo que un profesor de una región alemana me contó que en su escuela el área más importante era el lenguaje. Y que era un área dividida en tres grandes dominios: lenguaje natural (alemán), lenguaje matemático, lenguaje musical. Me pareció una estupenda idea, pero, como les he dicho, es que yo soy un apasionado del lenguaje. De todos.

EL PRIVILEGIO DE ENSEÑAR MATEMÁTICAS

Rafael Pérez Gómez

Catedrático. Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Granada

En cierta ocasión quise comprobar cómo podía introducir ciertos conceptos matemáticos. Me fui a una clase de Infantil, de 5 años, para intentar que interiorizar en el concepto de línea recta y rectas paralelas. Asistí varios días seguidos, ayudando a la "señor", hasta que conseguí la confianza de aquellos *locos bajitos*, como diría Serrat.



Rafael Pérez Gómez

En determinado momento intervine y les pedí que dibujaran su calle. Previamente les había colocado papel continuo sobre sus mesas y entregado pintura de "dedos". Aparecieron dibujadas unas manchas enormes, sin significado. Y comencé a

trabajar desde su entorno más próximo, su propio cuerpo. Unas varillas de madera me sirvieron para que lo identificasen colocado sobre el suelo. Fue fruto de una serie de actividades de psicomotricidad.

Les pedía que se tumbasen sobre la moqueta junto a la varilla para, después, levantarse dejando la varilla sobre el suelo. Hicimos diferentes alineaciones hasta que decidí insistir en la definida por dos hileras separadas. Después, echamos harina entre las líneas marcadas por las varillas y les pedí que, descalzos, pasearan sobre ella. Una vez en un sentido y otra en el contrario.

Poco a poco, con cepillos de barrer, íbamos haciendo más estrecho el espacio por el que paseaban hasta conseguir que lo hiciesen en fila de a uno. Aproveché la escenificación para hacer una "casa" con las varillas (que realmente eran las aristas de un cubo) y el papel continuo (las caras de aquél), en la que entraban y salían, y utilizar los términos "dentro" y "fuera", "arriba" y "abajo", "delante" y "detrás" y "derecha" e "izquierda". Toda esta actividad me llevó media hora durante todas las tardes de una semana. Al final, volví a pedirles que dibujasen su calle. Fue magnífico, ¡todos dibujaban dos rectas "paralelas"! No hubo que poner nombres a nada.

Aún les quedarían muchas horas en clase de Matemáticas para reconocer la geometría y la aritmética que hay en "su calle" y que están materializadas mediante objetos abstractos con significado colectivo. Unas Matemáticas al servicio de la comunicación entre las personas

Más aún han de esperar hasta entender que las Matemáticas también resuelven problemas tecnológicos, permiten el desarrollo de destrezas laborales y, sobre todo, desarrollan las capacidades consideradas de orden superior propias de las personas.

La institución escolar es la encargada por la sociedad de enseñar cuantas Matemáticas sean necesarias para que las personas se desarrollen con la mayor dignidad posible porque ayudan a tener opinión propia, a analizar situaciones, a plantear y resolver problemas, a explicar cómo funcionan las cosas, a predecir y representar situaciones, a tomar decisiones e, incluso, a compartir la belleza.

Todo esto que digo puede resultar extraño a muchas personas ya que su contacto escolar con las Matemáticas fue poco grato y, posteriormente, las que usan diariamente son poco visibles. Aún recuerdan aquellas "orgías" de torres de quebrados y paréntesis, cálculo de raíces cuadradas, etc., que bajo el pretexto de desarrollar destrezas matemáticas básicas realmente se convertían en un filtro de selección social.

Quién no ha sufrido con aquello de: *¡Hoy hay problemas! Veamos ... Si un tren sale de Madrid hacia Bilbao a las 7.32 horas, a 90 Km./h, y otro tren sale de Bilbao hacia Madrid 3 minutos antes, y a la misma velocidad, teniendo en cuenta que el primero hace 183 paradas de 10 minu-*

tos y el otro no, ¿a qué hora se encontrarán? Fantástico, ¿verdad? Lo digo por lo inútil del esfuerzo solicitado.

Así, año tras año, se logra ocultar la verdadera razón de las Matemáticas. Y, sin embargo, no se enseña a ver el mundo con sus leyes de mínimos que utilizamos para la fabricación industrial (latas de aluminio, bolígrafos, ruedas y tapaderas, etc.), con sus retículas que conectan puntos equivalentes -ya tengan carácter físico o simplemente conceptual- (el urbanismo y las infraestructuras de cualquier ciudad, la estructura de la materia, la ordenación del universo, etc.), con sus pautas de crecimiento (sistemas de proporciones y formas) que reproducimos tanto industrialmente como para la creación de belleza en el Arte, con su organización social (sistemas y fórmulas electorales, análisis sociales, modelos para la toma de decisiones, juegos y ocio, etc.) y económica (modelos económicos, análisis de mercados, etc.),...

En suma, no se consigue clarificar la importancia de las Matemáticas haciendo ver que, como dijera Galileo, "El Universo es un libro escrito en el lenguaje de las matemáticas, siendo sus caracteres triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible comprender una sola palabra; sin ellos sólo se conseguirá vagar por un oscuro laberinto".

Pero aún hay más. En la actualidad, caminamos hacia una cultura global, **la tercera cultura**, un puente entre la primera y segunda culturas¹, en la que no cabe la diferenciación entre ciencias y letras. Ya no se puede ser culto sólo desde las Humanidades, las Letras y las Artes, o desde el conocimiento científico enciclopédico. La realidad es compleja y exige ser analizada desde un conocimiento caleidoscópico o multidisciplinar.

La emergencia de la tercera cultura es una nueva filosofía natural, fundada en la comprensión de la importancia de la complejidad, de la evolución (John Brockman). Una característica de los nuevos intelectuales consiste en pensar que si uno no puede hablar en términos generales sobre temas científicos igual que sobre los no científicos, entonces no puede considerarse una persona civilizada (Steve Jones).

¹ El Humanismo, que hace hincapié en la dignidad y el valor de la persona, dio paso a la llamada **primera cultura**, predominante desde el Renacimiento. Uno de sus principios básicos es que las personas son seres racionales que poseen en sí mismas capacidad para hallar la verdad y practicar el bien. El término humanismo se usa con gran frecuencia para describir el movimiento literario y cultural que se extendió por Europa durante los siglos XIV y XV. Este renacimiento de los estudios griegos y romanos subrayaba el valor que tiene lo clásico por sí mismo. **La segunda cultura** fue desarrollada desde el Siglo de las Luces o Ilustración. Este término es utilizado para describir las tendencias en el pensamiento y la literatura en Europa y en toda América durante el siglo XVIII previas a la Revolución Francesa. La frase fue empleada con frecuencia por los propios escritores de este periodo, convencidos de que emergían de siglos de oscuridad e ignorancia a una nueva edad iluminada por la razón, la ciencia y el respeto a la Humanidad.

Una de las razones del desarrollo de esta cultura está motivada por la convergencia de tres tecnologías: la audiovisual, la de las telecomunicaciones y la informática. Esto ha propiciado un acceso vertiginoso a la información, la difusión de noticias en tiempo casi real y la divulgación basada en imágenes atractivas. La ciencia es lo único noticiable, dice Stewart Brand, ya que cuando leemos un periódico o revista todos los contenidos son previsible en general; la naturaleza humana no cambia demasiado, la ciencia sí. Desde este punto de vista, entre las personas, que reciben gran cantidad de información y que les afecta directamente, existe una gran separación entre quienes se desenvuelven bien con las Matemáticas y quienes no.

Por todo lo dicho, hemos de analizar qué Matemáticas sirven para explicar las claves culturales que deben ser dominadas por cualquier persona para que se desarrolle con dignidad dentro de la sociedad y, lógicamente, llegaremos a que son más importantes los procesos de pensamiento que los conocimientos específicos. Cuantificar, relacionar, representar, ordenar, clasificar y resolver problemas es lo verdaderamente importante porque son actividades de orden superior que conducen, directamente, a pensar mejor. Desde este punto de vista, ¿no es un privilegio enseñar Matemáticas? Dada la heterogeneidad de cualquier clase, desarrollemos nuestro trabajo como docentes dando más importancia a los diferentes ritmos de aprendizaje, al grupo humano constituido por nuestros alumnos y alumnas, más importancia a la educación y ninguna a las destrezas de supervivencia escolar. **Construir el conocimiento** es la consigna actual que se desprende de las modernas teorías sobre enseñanza y aprendizaje. Mas, como ya está construido, con la acción docente realmente **reconstruimos las Matemáticas**. Según dice mi amigo Francisco Hernán en su libro **Retrato de una profesión imaginada** (Proyecto Sur, Granada 1991), *algunas cosas sí se aprenden paso a paso y, sin embargo, se aprenden muchas más por inmersión, por la entrada directa en lo complejo*, en una serie de tareas como las que antes he señalado.



Juego de niños.

P.I.S.A. Y LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ALUMNOS EN LA ENSEÑANZA PRIMARIA.

M^a Victoria García Armendáriz
Orientadora Escolar

En fechas recientes hemos tenido noticias de los resultados de la evaluación PISA correspondiente a 2003 que este año analizaba con mayor profundidad el rendimiento acumulado del sistema educativo en el área de matemáticas.



M^a Victoria García Armendáriz

Una característica diferencial de PISA que a nuestro juicio dota a este programa de especial potencialidad orientadora para los sistemas educativos, es que la formación esperada – en este caso en Matemáticas – la precisa y la define el propio proyecto. Frente a este planteamiento otros estudios comparativos internacionales como TIMSS, se construyen a partir del denominador común de los currículos nacionales de los países participantes.

En el proyecto PISA, los temas curriculares se hallan englobados en *grandes ideas matemáticas*, y cuando se habla de *rendimiento* del sistema educativo, éste se vincula a los objetivos subyacentes, profundos y de hondo calado que los países declaran para la enseñanza obligatoria y, no tanto, a la enseñanza y aprendizaje de un cuerpo de contenidos concreto. Los indicadores de evaluación tienen que ver con la *capacidad de aprender y de usar de forma competente* el conocimiento, para lo cual no basta con la adquisición de unos conocimientos específicos, sino el desarrollo de destrezas más amplias que tienen que ver con la comunicación de ideas y procedimientos y la identificación, la formulación y la resolución de problemas.

En este artículo nos proponemos revisar críticamente las matemáticas de la Educación Primaria a la luz del análisis que hace el proyecto OCDE/PISA de dicha área. Somos conscientes de que la conquista de determinadas formas de saber, requiere coherencia y consistencia en la enseñanza a lo largo de largos periodos. Además, detrás de PISA, existe un marco conceptual compartido, elaborado por grupos e instituciones de gran prestigio a nivel internacional que marcan pautas y dan soporte teórico a la definición del área de matemáticas que pueden orientar, tanto a los profesores y a los centros, como a la sociedad en su conjunto.

Qué valora PISA en la formación matemática y qué enseñar y aprender en la Educación Primaria.

PISA, como hemos apuntado, no evalúa los aprendizajes vinculados a contenidos concretos, sino *la competencia matemática*, entendida como *la aptitud* de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo actual y para alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar las matemáticas en distintas situaciones y en función de distintas necesidades.

El qué enseñar, como podemos deducir de lo dicho hasta ahora, tiene enorme importancia. No obstante creo necesario llamar la atención sobre *el cómo enseñar y aprender*. Es necesario insistir en que, muy a menudo, *el cómo* está interfiriendo con *el qué*. No se puede aprender a indagar, a reflexionar, a comunicar, a argumentar matemáticamente, si esto *no se hace* en el aula de forma habitual. La manera de trabajar *conforma* una manera de pensar, de saber y de hacer en el alumno.

Teniendo en cuenta la importancia de la Educación Primaria en el desarrollo de actitudes hacia las matemáticas, del aprendizaje de las primeras nociones y destrezas *esenciales*, así como de la valoración que el alumno hace de su propia competencia, es necesario recordar que la competencia matemática que esperamos alcanzar al final de la enseñanza obligatoria, hay que trabajarla desde su comienzo. En este contexto va a resultar del todo relevante la manera de “mirar” hacia la realidad que percibe el alumno en clase de matemáticas y, en la medida de lo posible, la diferenciación de lo que son habilidades simples, como el cálculo numérico con lápiz y papel, de lo que se pone en juego ante la identificación, la formulación y la resolución de problemas. Estos *problemas*, además, deben recaer en situaciones muy distintas, desde propiedades de los números, recuentos, patrones o regularidades en contexto numérico y/o geométrico..., hasta problemas abiertos, dando su sitio a los problemas clásicos, pero saliendo, de forma deliberada, del estrecho margen que han definido en la enseñanza tradicional.

“Grandes ideas matemáticas” y contenidos esenciales en Primaria

Parece obligado recalcar que es *esencial* la comprensión de las operaciones aritméticas y de los números, entendiendo por tal la aprehensión del significado y alcance de las operaciones y el reconocimiento de la estructura decimal de los números. *No se debe confundir nunca operación con cálculo*. Uno de los mayores riesgos que comporta la preocupación tradicional por los algoritmos de cálculo escrito, es que “concepto” y “algoritmo” llegan a ser sinónimos. Así, para enseñar la división se enseña un método y no una *idea*. La idea que se tiene de cada operación se va ampliando, cubriendo una gama de situaciones progresivamente más amplia y abstracta, y su contexto es la resolución de problemas. Sería interesante saber cuántas *situaciones distintas* puede idear un alumno de 12

años para justificar una expresión como 5×3 ; ¿y si fuera $5 \times 3 \times 4$?; ¿qué ocurriría en el caso de ser $5 \times 0,25$?

Las destrezas de cálculo mental y el desarrollo de algoritmos alternativos, constituyen aprendizajes valiosos. El desarrollo de estrategias personales para el cálculo, supone ventajas para los alumnos de cara al desarrollo de una mayor comprensión del cálculo numérico y de las relaciones entre los números.

La preocupación por las cuestiones numéricas y por el desarrollo del sentido del símbolo, tiende a oscurecer el hecho real de que en nuestras vidas afrontamos con mucha frecuencia problemas espaciales, tanto o más frecuentemente que problemas numéricos, ya sea al analizar información, interpretar diagramas, realizar actividades como montar un mueble, diseñar vestuario, jugar a pelota o a tenis..., En geometría es fundamental analizar las formas, clasificarlas, idear transformaciones, componer figuras, conocer propiedades de los objetos y estudiar relaciones entre ellos..., y *no reducir la experiencia en y con el espacio*, al cálculo indirecto de áreas y volúmenes, como ha sido frecuente.

El conocimiento matemático del espacio exige trabajar la representación en el plano del espacio tridimensional, adquiriendo competencia en la interpretación de representaciones del mundo real. No debemos olvidar que el conocimiento del espacio que contemplan las matemáticas es de dos tipos básicamente: el conocimiento directo y el que hacemos a través de figuras y diagramas.

Las nociones de superficie y de volumen requieren ser tratadas muy despacio, a través de mediciones directas, con unidades no convencionales, apoyadas en tramas, por ejemplo, antes de abstraer la bidimensión del plano y la tridimensión del espacio y de utilizar las fórmulas usuales para el cálculo de medidas.

La Medida constituye también un conocimiento esencial de gran valor formativo. Es necesario hacer ver a los alumnos la relación de la *cantidad* que expresa una medida, con la *unidad* utilizada. Unidad "mitad", "tercio" o "décima" parte de otra, implica "doble", "triple" o "diez veces mayor" en el resultado (cantidad) de la medición. La medida contribuye, igualmente, al desarrollo de la percepción y estructuración del espacio, en tanto permite acceder al conocimiento de las propiedades geométricas *euclídeas* de las formas y movimientos en el espacio de dos y tres dimensiones.

Para concluir, debemos tener presente que la finalidad de la educación matemática, es la formación de los alumnos y que dicha formación, tiene componentes cognitivos, relacionales y emocionales. Se trata de que los alumnos lleguen a organizar y regular su propio aprendizaje para ser capaces de seguir aprendiendo de manera individual y en grupo.

UNA REFLEXIÓN SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE LOS PRÓXIMOS AÑOS

Javier Bergasa Liberal y Manuel Sada Allo
Profesores de Secundaria



Javier Bergasa y Manuel Sada

Plantearse cómo será la educación matemática del siglo XXI desde una perspectiva futurista al estilo de las películas de ciencia ficción nos alejaría excesivamente de lo que cotidianamente acontece en las aulas. Y no debe olvidarse que las actividades que cada día se realizan en clase dan cuenta de la situación actual y real e indican cómo será el futuro próximo sobre el que, no sin audacia, queremos tratar en estas líneas.

Pero para hablar del futuro es imprescindible mirar al pasado con detenimiento y ciertamente no es éste el lugar para realizar un análisis detenido del devenir que ha seguido la interpretación de qué son las Matemáticas y cómo progresan y el reflejo de estos aspectos en las matemáticas escolares. Tampoco es posible detenerse a valorar cómo han evolucionado los currícula en las diferentes propuestas y reformas educativas, pero no hay duda de que más allá de estos avatares ha habido, en diferentes momentos, movimientos preponderantes entre los matemáticos profesionales que han sesgado lo que la actividad matemática representa y han influido fuertemente en los contenidos y en los métodos de trabajo de los niveles no universitarios. Baste recordar el cambio que supuso la llegada en los años 70 de la teoría de conjuntos y cómo modificó la conceptualización, expresión y representación de contenidos tan tradicionales como los relativos a números y operaciones, por ejemplo. Igualmente cabría señalar el fuerte influjo del grupo Bourbaki en el formalismo que presidió la presentación de los contenidos matemáticos y el peso que se dio al Álgebra frente a la Geometría, sobre la base de que aquélla permitía con mayor facilidad el rigor y la formalización deseadas mientras que la Geometría parecía algo superado y sumido en las estructuras algebraicas. En consecuencia, la intuición, la visión espacial, la manipulación y representación de objetos, el planteamiento de problemas reales y/o contextualizados fueron postergados como habilidades y métodos de menor alcance frente a los que el formalismo proponía.



Alumnos en clase. I.E.S. "Navarro Villoslada"

Es desde finales de los 70, tras la publicación póstuma de *Pruebas y refutaciones* de Lakatos (1923-1974), cuando la resolución de problemas se va asentando como el verdadero eje de la actividad matemática y en consecuencia de su enseñanza. De forma que es el enfrentamiento con la realidad, o su adecuada reducción según el nivel de formación, donde las Matemáticas se muestran como un potente instrumento para adentrarse en la complejidad, ya sea proveniente del número, de la forma, del símbolo, del cambio, de la causalidad, de la incertidumbre o de las estructuras lógicas. Se priman así los métodos frente a lo contenidos y, sin olvidar el valor de éstos, se entiende que las Matemáticas asientan su importancia en los procesos de pensamiento más que en automatismos y recetas, por lo que los problemas suponen un terreno mucho más rico y adecuado que los ejercicios, que a veces se confunden con aquellos.

Así pues, la clave del futuro de la enseñanza de las matemáticas está aquí, en el manejo de situaciones complejas, en el uso de la historia para recrear la aparición de ciertos conceptos o métodos, en mantener lo concreto como apoyo y referencia, en la búsqueda de modelizaciones, en el manejo de métodos heurísticos, ... Diez años de matemáticas obligatorias deben dar cabida a una buena variedad de situaciones de trabajo y de experiencias, sin dejar de lado, claro, muchas buenas prácticas que ya se realizan en la actualidad.

Si los recursos tecnológicos han sido siempre un apoyo capital para la adquisición de saberes – pensemos, por ejemplo, en lo que la imprenta y el libro han influido en el modelo de escuela y de sociedad que tenemos –, hoy la gran cantidad de medios disponibles no puede verse como un obstáculo para la labor de enseñar y la tarea de aprender, sino que conviene buscar su alianza por la potencialidad que encierran a tales fines.

Sin duda, los ordenadores son ya una realidad que no podemos obviar y vista la informática desde nuestra área, es muy posible que los asistentes matemáticos terminen modificando en el futuro la nómina y el tipo de contenidos que serán abordados en la educación secundaria y universitaria. Pero, más allá de esto, encontramos en ellos una buena ayuda a la hora de abordar la complejidad, pues facilitan la labor de modelizado, de elaboración de conjeturas, de

investigación, de comprobación y refutación, de exploración de propiedades, entre otras, y pueden ayudar a una eficaz elaboración de conceptos completando y ampliando lo que un texto o una descripción oral proponen.

Se pueden señalar dos ámbitos metodológicos en los que dar cabida de forma sencilla a las nuevas tecnologías:

1. Primer ámbito: el aula *normal*, presentando y utilizando imágenes dinámicas con un ordenador portátil y un cañón multimedia.

La visualización es un aspecto extraordinariamente importante en la actividad matemática, que aparece como algo profundamente natural, tanto en el nacimiento del pensamiento matemático como en el descubrimiento de nuevas relaciones entre los objetos matemáticos, y también en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático.

El ordenador como recurso para *hacer visibles las Matemáticas* tiene unas posibilidades enormes, fuera del alcance de la tiza, la pizarra y el libro de texto.

Los ejemplos son muy variados: desde la visualización de representaciones gráficas de todo tipo a la manipulación de elementos geométricos, en el plano y también en tres dimensiones, pasando por simulaciones de problemas de probabilidad, etc.

2. Segundo ámbito: el aula de ordenadores siendo los propios alumnos quienes utilizan el ordenador para construir figuras, resolver problemas, comprobar conjeturas y propiedades, etc.

Si se está por una metodología en la que sea el propio alumno el protagonista de su aprendizaje, quien construya su conocimiento matemático a partir de la experimentación y de la consiguiente reflexión personal; si se está por un papel del profesor que no se limite al de mero transmisor de conocimientos sino que también sea el de facilitador del aprendizaje activo del alumno, el aula de ordenadores ofrece muchas y muy diversas posibilidades didácticas.

En este sentido son especialmente útiles los programas de Geometría dinámica para la manipulación de todo tipo de elementos geométricos, los *graficadores* en el estudio de Funciones o las *hojas de cálculo* en Estadística y Probabilidad.

En cualquier caso, las nuevas tecnologías serán un recurso más, junto a los audiovisuales, los materiales manipulables o los juegos (de estrategia, azar o contenidos), para asentar la resolución de problemas como ámbito privilegiado en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y desde el que promover la conceptualización y la abstracción necesarias para progresar competentemente en sus contenidos.

No sería justo terminar estas líneas sin reconocer que muchas de las reflexiones anteriores encuentran respaldo y vigor en las palabras y el ejemplo de Miguel de Guzmán, a cuya memoria desde aquí queremos rendir el homenaje que nos merece.

LA FORMACIÓN MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIOS FINALISTAS DE F.P.

José M^º Irazoqui

Director del I.E.S. Toki Ona de Bera

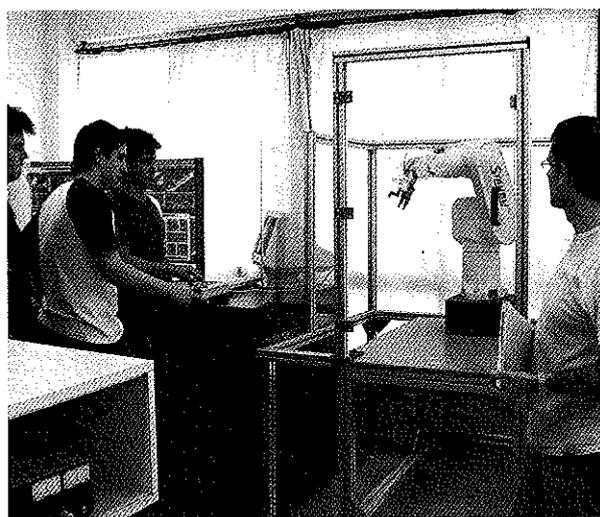
El informe PISA define la formación matemática como la capacidad de los individuos para comprender el papel de las matemáticas y la capacidad para utilizar esta disciplina de modo que cubra sus necesidades personales.



José M^º Irazoqui

Por otra parte el Real Decreto que establece el currículo de la Educación Secundaria dice que la finalidad fundamental de la enseñanza de las Matemáticas es el desarrollo de la facultad de razonamiento y de abstracción. Posibilitar, con la aplicación de las destrezas matemáticas aprendidas, la resolución de problemas de carácter socio-económico o científico-técnico. Son la herramienta imprescindible para el estudio, la comprensión y la profundización de todas las disciplinas científicas.

Las matemáticas de secundaria tienen carácter terminal (porque son necesarias para la vida) y propedéutica. Tienen los siguientes bloques temáticos:



Alumnos de Formación Profesional del I.E.S. Toki Ona de Bera

- Números y operaciones. Aritmética y Álgebra.
- Medida, estimación y cálculo de magnitudes.
- Organización y representación del espacio.
- Interpretación, representación y tratamiento de la información.
- Tratamiento del azar.

El carácter instrumental de las matemáticas encuentra claramente su aplicación en la Formación Profesional. Por otra parte en el currículo de la misma no aparecen las matemáticas como un módulo específico (*asignatura*). Ello supone que la formación necesaria debe ser adquirida en la ESO para el Ciclo Medio y en Bachillerato para el Ciclo Superior.

Pero el abanico de Profesiones, Familias Profesionales y Ciclos Formativos es tan amplio y diverso que también lo son los conocimientos matemáticos previos necesarios para desarrollar los aprendizajes. Todos los bloques temáticos expresados anteriormente son necesarios, pero su grado de profundización deberá ser muy diferente para aprender peluquería, o fontanería, o informática, o marketing, o electrónica, o...

A partir de 4º de la ESO se pueden elegir diferentes itinerarios matemáticos y habrá uno que será el más adecuado para la profesión que después se elija.

Pero queridos alumnos/as, padres/madres, orientadores/as... ¡qué difícil es acertar en la elección!

Ocurre a veces, que un estudiante accede a un Ciclo Superior de F.P. tras un Bachillerato cuyo contenido matemático no es el más adecuado para ese ciclo. Otras veces ocurre en los Ciclos Medios que los alumnos acceden sin los conocimientos previos necesarios para ese ciclo. En ambos casos el profesor de F.P. deberá tenerlo en cuenta y obrar en consecuencia, completando la formación matemática del alumno.

El profesor del siglo XXI se encuentra con un alumnado muy diferente del de hace unos años. Entonces el alumnado de estos niveles era seleccionado y tenía la garantía de que con un título se conseguía un buen trabajo, seguro y bien remunerado (motivación).

Hoy el 100% de la juventud está en las aulas... Se trata de EDUCACIÓN Secundaria, por lo tanto no sólo se trata de instruir, también hay que educar en valores, seguridad vial, para la paz, sobre drogodependencias,... Además se exige que los alumnos estén a gusto, porque lo importante es que sean felices. Y el mundo les bombardea con placeres, el logro fácil de las cosas, los derechos sin obligaciones...

El estudio da satisfacción, pero también es disciplina, esfuerzo, sacrificio...

El profesor de matemáticas tiene 4 períodos semanales (que no son 4 horas) con unos alumnos/as que deben cursar 10 u 11 materias diferentes, con las exigencias comentadas. ¡Ahí es nada lo que se pide!. Todo un reto.

Hablando de Formación Profesional es imprescindible tener en cuenta los avances tecnológicos y en la formación matemática es necesario evolucionar en consecuencia.

La formación matemática de un individuo es tarea de muchos: El alumno/a debe estudiar para aprender, los padres deben ayudarle; el profesor deberá dirigir su aprendizaje y enseñarle; las instituciones deben poner los medios, desde la planificación adecuada a las tecnologías. Cada uno deberemos actuar en nuestro círculo de influencia y si cada uno cumple, el éxito es seguro.

A modo de conclusión, se podría decir que la Formación Matemática de la ESO como mínimo debería preparar para cubrir las necesidades personales del ciudadano del siglo XXI y a la mayoría del alumnado para poder cursar un Bachillerato. En Bachillerato para poder cursar los Ciclos Formativos acordes con la modalidad de que se trate, como mínimo, o para cursar una carrera universitaria. En Formación Profesional debería ser tratada como conocimiento previo de cualquier unidad didáctica.

LAS MATEMÁTICAS: IMPORTANCIA Y EVALUACIÓN PISA

Jesús González Goñi
Inspector de Educación

PISA 2003 (programa para la evaluación internacional de los alumnos) se ha centrado en las matemáticas desde una perspectiva propia y diferente a la que habitualmente aplicamos en las evaluaciones internas.

Enfoque de la evaluación PISA

PISA mide la competencia adquirida por los alumnos de 15 a 16 años para resolver los problemas de la vida cotidiana. En la sociedad actual es cada vez más frecuente que situaciones habituales estén relacionadas con las matemáticas, como por ejemplo, la compra diaria, la preparación de un menú, el análisis de los resultados electorales, la dosificación de los componentes de una mezcla, la predicción de un resultado de azar, la declaración del IRPF, etc.



Jesús González Goñi

Elementos del modelo teórico de matemáticas PISA.

PISA identifica los **contenidos** que son necesarios para cualquier ciudadano, y los agrupa en cuatro sub-áreas:

- *Espacio y forma* (perímetros, superficies, áreas, simetrías; representación de los objetos; escalas; teoremas de Pitágoras, de Tales);
- *Cantidad* (operaciones, cambios de unidades, estimación, cálculo, sistemas de numeración, proporciones);
- *Cambio y relaciones* (relación entre variables, representación de funciones, ecuaciones, desigualdades);
- *Incertidumbre* (tratamiento estadístico de la información y su interpretación, la probabilidad y predicción).
- Los nombres de estas sub-áreas no son los utilizados en los libros de texto, sin embargo tienen relación con los contenidos de Geometría, Aritmética, Álgebra, Estadística y Probabilidad.

Para PISA los **procesos clave** son los de Reproducción, Conexión y Reflexión, éstos van más allá de las destrezas y procesos cognitivos que se trabajan en las aulas, requieren la articulación de diferentes procesos cognitivos básicos: razonar, argumentar, construir modelos, representar y comunicar. Los procesos clave son necesarios para resolver problemas de diferentes tipos: desde los que son próximos a los que se han aprendido hasta llegar a los problemas inusitados o nuevos.

PISA elabora sus propias preguntas inspiradas en diferentes contextos de la vida del ciudadano. Tiene en cuenta el contexto de vida personal (aficiones, actividades propias de la edad), el contexto de vida escolar (intercambios, viajes, relaciones), el contexto social (ejercicio de sus derechos y cumplimiento de sus obligaciones), el contexto científico (participar en los asuntos más complejos).

El contexto juega un papel determinante, asegura que se aplique el aprendizaje a resolver necesidades extraescolares.

Las preguntas PISA

Los enunciados de las preguntas son más largos que los habituales de las clases de matemáticas, se obliga al alumno a que utilice el lenguaje simbólico y construya el problema matemático.

Las preguntas juegan con los tres elementos indicados: contenidos, competencias clave y contexto, de modo que abordan equilibradamente todas las variantes posibles, piden a los alumnos analizar, razonar y comunicar con efectividad según plantean, resuelven e interpretan los problemas.

No requieren el uso de ninguna fórmula o datos memorísticos. Se pone de manifiesto, una vez más, que los con-

tenidos deben estar vinculados a experiencias ricas y variadas para llegar a ser funcionales. *Para el ciudadano es más importante la visión de conjunto, las estrategias de resolución de problemas que memorizar y repetir contenidos.*

La matematización

Ante cada problema de la vida, (y de la evaluación PISA) el alumno ha de tener visión para relacionarlo con las matemáticas, plantear el problema matemático, construir la solución matemática, elaborar la solución del problema de partida y reflexionar acerca de su aceptación. Este proceso lógico al que llamaremos "matematización" se hace en las aulas pero queda restringido al contexto escolar y disciplinar por lo que pueden pasar inadvertidas las siguientes fases

1. *Relación con las matemáticas y planteamiento del problema.* Aquí reside una de las dificultades añadidas de los problemas de PISA, mientras los problemas de las clases de matemáticas ya están ubicados y no requieren reflexión previa para determinar "de qué tratan", los problemas de la vida no están catalogados y no están expresados en lenguaje matemático. El alumno deberá en primer lugar construir el problema matemático y luego resolverlo.
2. *Elaborar la solución del problema de partida y reflexionar acerca de su aceptación.* Si bien es cierto que las soluciones encontradas en los problemas matemáticos son valoradas dentro de la lógica propia de la materia, en las preguntas de PISA, además, hay que razonar en el contexto propio del problema inicial; es habitual que se le pida aceptar o rechazar una afirmación u opinión basada en la solución numérica.

En la medida en que los alumnos tengan autonomía para realizar todas las fases de este proceso estarán en condiciones de emplear sus conocimientos y destrezas matemáticas en la solución de los problemas que deben abor-

dar como ciudadanos activos. De aquí la importancia de introducir esta metodología de trabajo en las aulas.

La alfabetización matemática que persigue PISA consiste en la capacidad de transferir los conocimientos escolares a la vida real, esa es la esencia de la competencia matemática.

Los resultados y la mejora deseable

PISA 2003 expresa los resultados en escala de rendimiento y la divide en 6 niveles según el grado de desarrollo de la competencia matemática. Indica qué es lo que saben hacer y lo que no saben los alumnos situados en cada uno de los niveles. Esta es una información de calidad muy distinta de la que se deriva de la simple ordenación de los países según el valor medio de las puntuaciones obtenidas por sus alumnos.

El nivel de competencia matemática no se mide por los contenidos adquiridos sino por el grado en que se es capaz de construir soluciones a los problemas que se presenten, lo que requiere tener una visión general de las matemáticas, valorar su importancia y desarrollar funcionalmente las competencias cognitivas.

En el caso de España, en el nivel 6, el de mayor competencia, hay un 1 % de alumnos frente al 4 % de la media de los países de la OCDE; en los niveles inferiores al 2, tenemos el 23 % de alumnos frente al 21 % de la media de los países de la OCDE.

Ambos datos constituyen dos líneas de mejora: nos interesa reducir la tasa de alumnos que carecen de competencia suficiente para hacer frente a los problemas con los que se van a encontrar como ciudadanos y nos interesa elevar la tasa de alumnos con alta competencia matemática pues la sociedad actual necesita científicos y buenos.

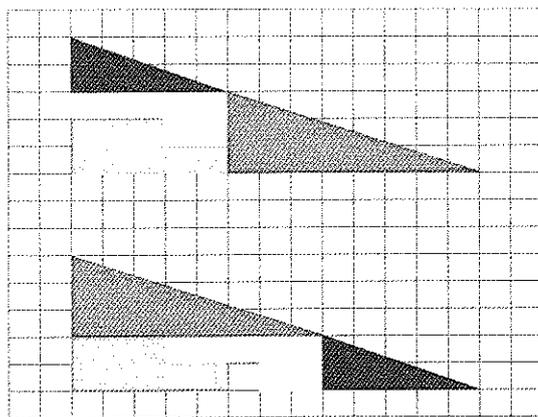
¿Qué podemos hacer?

La evaluación PISA se ha convertido en un referente mundial, incluso regiones y comunidades de los diferentes países participan con muestra representativa para obtener una información propia que les permita tomar decisiones de mejora, (la C.F. de Navarra participará en la evaluación PISA 2006 con muestra representativa).

La evaluación internacional PISA mide el desarrollo de las capacidades de los alumnos para hacer frente a los problemas generales mientras que las evaluaciones internas y externas habituales miden los logros curriculares, es deseable que los sistemas educativos logren la formación integral y funcional por lo que han de aprovechar las informaciones provenientes de todas las evaluaciones.

Siendo un tema de tal trascendencia y actualidad qué mejor que conocer en profundidad los modelos teóricos que sustentan esta evaluación; el análisis crítico ha de enriquecer la práctica docente. En la fase actual el conocimiento es base para la formación y la mejora.

Teorema de Thales



¿Por qué falta una casilla?

Si la educación es siempre una actividad apasionante, PISA la pone de actualidad y recuerda que es tarea de toda la sociedad.

MEJORAR LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA: PROYECTO ATLANTE

M^{ra} Rosario Herrera González
Inspectora de Educación

El Departamento de Educación del Gobierno de Navarra, consciente del valor formativo e instrumental de la Lengua y las Matemáticas en la Educación Primaria, así como de la repercusión de estos aprendizajes en los estudios posteriores de los alumnos, ha dirigido el esfuerzo de la Administración educativa hacia esta etapa y estas materias con el fin de elevar las competencias básicas de los alumnos y aumentar el número de los que promocionan a la Educación Secundaria con los objetivos de la etapa convenientemente superados.



Rosario Herrera González

Para llevar a efecto este objetivo, calificado de estratégico en la actual legislatura, se ha publicado la Orden Foral 279/2004, de 8 de octubre, por la que se establece el Proyecto Atlante para la mejora de las competencias básicas en la Educación Primaria. La implantación de este proyecto en los centros educativos parte de la introducción en los mismos de una metodología de trabajo basada en modelos de gestión de calidad que se inició en el curso 2002/2003.

Criterios de actuación

Algunos supuestos del modelo en el que se inscribe el Proyecto Atlante, se traducen en los siguientes criterios de actuación:

- Avanzar progresivamente hacia una cultura de la evaluación y la medida con el fin de conocer mejor la realidad educativa y orientar la intervención sobre la misma. Buscar en este mismo sentido, la complementariedad de la evaluación interna - realizada en los propios centros - con la evaluación externa - realizada desde otras instancias de la Administración.
- Elaborar planes de mejora basados en estudios diagnósticos que determinen los puntos fuertes y las áreas deficitarias del sistema educativo con el

fin de definir unos objetivos comunes para todos los centros que, una vez contextualizados en cada uno de ellos, den lugar a planes de mejora propios. El sistema mejora si mejoran todos y cada uno de los centros trabajando sobre los mismos objetivos.

- Relacionar la organización y el funcionamiento - gestión del centro - con los resultados educativos a fin de que la mejora de los procesos incida en la mejora de los resultados.

¿Qué es un plan de mejora de centro?

Un plan de mejora es un proceso de cambio sistemático y continuo, planificado y desarrollado desde el propio centro, cuya finalidad consiste en mejorar la calidad educativa tanto en los ámbitos de organización y funcionamiento como en el de resultados.

Se trata de planificar la mejora, desarrollar las tareas según lo previsto, evaluar los resultados y ajustar la planificación de acuerdo a la información obtenida.

Integrar esta metodología de trabajo en los centros, significa implantar un modelo de mejora continua adaptado a cada contexto.

Resultados de Matemáticas en la última evaluación externa

El estudio diagnóstico a partir del cual se han determinado las áreas de mejora para el desarrollo del Proyecto Atlante, se realizó al finalizar el curso 2003/2004 después de evaluar los conocimientos de Lengua, Matemáticas y Conocimiento del Medio del alumnado de 2º y 4º cursos de Educación Primaria.

Las conclusiones generales de este estudio aportan la información siguiente:

Segundo curso - Primer ciclo

El número de alumnos que alcanzan los objetivos previstos para este ciclo es menor en Matemáticas que en las otras áreas. Los contenidos que ofrecen más dificultad a los alumnos son los que hacen referencia a "Resolución de problemas" y "Magnitudes o medidas"; presentan menos dificultad en "Cálculo" y "Geometría"; los mejores resultados se obtienen en "Estadística" y "Numeración".

Cuarto curso - Segundo ciclo

El número de alumnos que alcanzan los objetivos previstos para este ciclo también es menor en Matemáticas que en las otras áreas evaluadas. Los contenidos con mayor dificultad para los alumnos de este curso son "Resolución de problemas" y "Geometría"; siguen en este orden los contenidos de "Estadística", "Magnitudes", "Cálculo" y "Numeración". Donde menos dificultad presentan es en "Fracciones y decimales".

Determinación de las áreas de mejora del Proyecto Atlante

Después de contrastar los resultados obtenidos con los estándares de rendimiento – lo que deben saber y saber hacer los alumnos al finalizar cada uno de los ciclos de la etapa - se han identificado las áreas prioritarias de mejora del Proyecto Atlante para los dos próximos cursos.

La Resolución 293/2005, de 12 de abril, establece un plan de mejora para los cursos 2005-2007 en los centros públicos y concertados de Educación Infantil y Primaria. Las áreas de mejora fijadas como prioritarias y obligatorias para este plan son las siguientes:

1. Competencia lingüística: comprensión lectora, producción de textos escritos, hábito lector y gusto por la lectura
2. Competencia matemática: resolución de problemas
3. Evaluación interna
4. Valores educativos
5. Información a las familias

También establece los objetivos y actuaciones que deben poner en marcha los centros para abordar estas áreas de mejora, apostando por un planteamiento de carácter integrador y sistémico de tal forma que las actuaciones dirigidas a la mejora de la competencia matemática comprenderán aspectos de todas las áreas enumeradas.

¿ Cómo mejorar los resultados de Matemáticas en los dos próximos cursos?

La resolución de problemas ha sido el contenido específico seleccionado para mejorar la competencia matemática de los alumnos de Educación Primaria.

El estudio diagnóstico advierte que la dificultad de los alumnos al enfrentarse con esta tarea no estriba tanto en el número y tipo de operaciones que el alumno debe realizar para llegar al resultado, sino en el tipo de razonamiento necesario para entender, ordenar y seleccionar las operaciones que conducen a la solución correcta.

La resolución de problemas constituirá una parte esencial de la formación de los alumnos siempre que plante situaciones que conduzcan a trabajar la comprensión de un contexto, al planteamiento de hipótesis, a la explicación de los resultados etc. Mediante la resolución de problemas, los niños deben experimentar la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea.

Algunas actuaciones concretas que se incluyen en el plan bienal de mejora y que hacen referencia a las matemáticas son las siguientes:

- aumentar y concretar el tiempo dedicado a leer y comprender los enunciados de los problemas y a trabajar las estrategias para su resolución

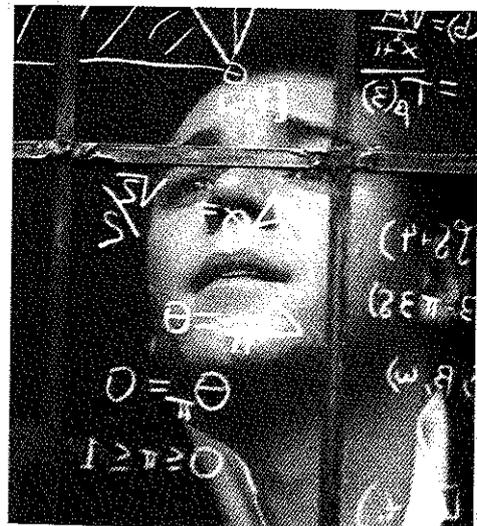
- dedicar en los tres ciclos de la etapa una de las sesiones semanales del área a la resolución de problemas
- elaborar una selección variada de problemas relacionados con la realidad y secuenciados por niveles de dificultad para los diferentes ciclos y cursos.
- proponer problemas para que una vez presentados en clase, puedan llevarse a casa para que la familia colabore en el control del tiempo que el niño dedica a esta tarea y en fomentar hábitos de trabajo y esfuerzo
- elaborar una prueba de final de ciclo que sea un referente más en el contexto de la evaluación continua y formativa
- fomentar actitudes de perseverancia, flexibilidad para corregir los errores, superar las dificultades etc.

La mejora de la competencia matemática de los alumnos, se conseguirá no solo trabajando la resolución de problemas sino también mejorando la comprensión lectora y la evaluación interna, suscitando el interés de la familia por conocer y apoyar el trabajo de sus hijos, fomentando la autonomía y la responsabilidad de los niños en la realización de sus tareas etc.

Las medidas propuestas se incorporarán a la organización y funcionamiento del centro a través del proyecto educativo, la programación general anual, el plan de acción tutorial y las programaciones didácticas.

La memoria anual recogerá los resultados de la aplicación de estas medidas así como los procesos de revisión y evaluación del plan de mejora del centro.

La evaluación externa que se realizará al terminar el curso 2006/2007 en los tres ciclos de Educación Primaria, permitirá conocer el progreso conseguido en el conjunto de los centros.



LAS MATEMÁTICAS TAMBIÉN SON CULTURA

Pedro Otaduy

La tradición viene a decir que cultura es lo de letras mientras que lo de las ciencias es técnica. En una sociedad en que gusta presumir de ser culto, quedaría mal que alguien dijera que la poesía es cursi o que hablar de Aristóteles es perder el tiempo. Pero decir que de matemáticas o física no se tiene ni idea no parece importar. A lo que se ve, hasta se puede presumir de ello.



Pedro Otaduy

Y desde el desconocimiento se yerra en el diagnóstico. Las matemáticas, como cualquier otro campo del saber humano, necesitan de la imaginación de las personas para ser desarrolladas y dan opción a la sorpresa. También producen sensaciones parecidas a las que se pueden sentir ante otras producciones de la humanidad. Si a mi me preguntaran en qué imagen he visto reflejada la felicidad y satisfacción humana respondería, casi con seguridad, en la foto en la que se ve a Andrew Wiles concluir su exposición ante los matemáticos en la universidad de Cambridge en agosto de 1993. Acababa de demostrar la hipótesis de Fermat: era para estar contento.

Trescientos cincuenta años antes Pierre de Fermat había dejado apuntada en el margen de un libro una hipótesis para la que, escribía, había encontrado una bella demostración pero que era demasiado larga para copiarla allí. Fermat murió y generaciones de matemáticos trabajaron con denuedo para conseguir convertir la hipótesis en teorema. Se tardó más de tres siglos así que cabe suponer que se trataría de un tema muy complicado. Pues no. Desde que aprendemos el teorema de Pitágoras todos sabemos que tres al cuadrado más cuatro al cuadrado son cinco al cuadrado. La hipótesis de Fermat, ahora teorema de Wiles, dice que si con cuadrados se pueden encontrar estas coincidencias con cubos o potencias mayores resulta imposible. ¿Cómo calificaríamos el que habiendo como hay infinitos números no haya ningún trío que cumpla con esa relación sólo por pasar de los cuadrados a los cubos? Yo diría que es... sorprendente. Y además se ha demostrado que es cierto.

No hace falta irse a teoremas de enunciados sencillos pero trasfondo profundo para encontrar sorpresas en las matemáticas. Es conocida la leyenda del premio que pidió el inventor (o la inventora) del ajedrez. En la primera casilla del tablero un grano de trigo, en la segunda dos,

en la tercera cuatro y así sucesivamente, siempre doblando la cantidad anterior. Son sólo sesenta y cuatro casillas, pero el número de granos de trigo así reunido es de 18 trillones y medio. ¿Cuánto es esto? Parece que mucho, pero ¿cuánto? Hay que buscar con qué comparar. Yo les digo a mis alumnos que calculen cuánto tiempo costaría contarlos de uno en uno sin parar a razón de un grano cada segundo. Les pido también que hagan una estimación previa. ¿Una semana?, ¿un mes?, ¿un año?. Resulta algo más, casi seiscientos mil millones de años. Por seguir con las comparaciones digamos que la Tierra se formó hace unos cuatro mil quinientos millones de años. Y son sólo sesenta y cuatro casillas y hemos empezado con un único grano. Estaremos de acuerdo en que todo esto es sorprendente y también es sorprendente que para ello no se necesite mucha matemática: con 3º de ESO basta.

Trescientos años antes de nuestra era Euclides reunió en su libro *Los Elementos* todo el saber matemático de su época. Este libro permaneció vigente hasta casi el siglo XX. Se podría decir que le había salido perfecto. Y todo lo basaba en algunas ideas primigenias (como que el todo es mayor que la parte) y en unos pocos postulados o axiomas. Estos empezaban siendo cinco. Los cuatro primeros eran muy sencillos. El quinto, sin embargo, ocupaba cuatro o cinco líneas y fue un reto para muchos matemáticos: igual lo que decía se podía deducir de los anteriores. Nadie lo consiguió eliminar, todo lo más se podía sustituir por otras versiones equivalentes más sencillas pero, eso sí, siempre independientes de los cuatro axiomas anteriores. Al final hubo quien le echó imaginación al asunto y se planteó qué pasaría si en lugar de exigir lo que pedía el 5º postulado se pedía lo contrario. Curiosamente, lo que obtuvo (lo que obtuvieron, que fueron dos, Bolyai y Lobachevsky) fue un sistema geométrico perfectamente válido aunque diferente del que nos es habitual.

Tampoco crean que estamos hablando de cosas muy complicadas: El 5º postulado viene a decir que dos paralelas no coinciden nunca y todos decimos ¡Claro, como las vías del tren! Pero resulta que si empezamos a andar dos personas, una en Pamplona y otra en Vitoria, en dirección norte, es decir, con direcciones paralelas, nuestras trayectorias sí que se juntan. En el polo norte y también en el polo sur. No hay contradicción, sólo hace falta entender que una cosa es la geometría plana y otra la esférica. Para dar este salto, para teorizar sobre esto, hizo falta valor (Gauss, el *príncipe de las matemáticas* algo había hecho en este campo, pero no se atrevió a publicarlo) e imaginación.

Se podría hablar de muchas cosas más, sorprendentes y con imaginación, que han sucedido a lo largo de la historia de las matemáticas. Las pirámides de Egipto y las precisiones de sus medidas (en sistema métrico pero mejor en codos del antiguo Egipto, que sale francamente redondo), la aventura del sistema métrico (decidir que el metro es la diezmillonésima parte del cuadrante del me-

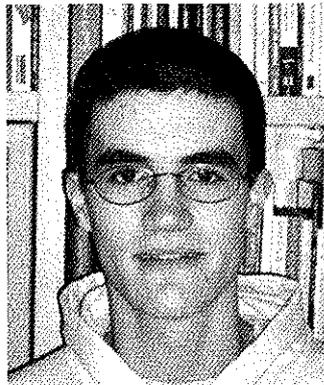
ridiano terrestre se puede decidir en un despacho, pero luego hay que ser capaces de medir el meridiano), el descubrimiento de que con los decimales habituales no puedes medir con precisión todas las distancias (alguna tan sencilla como la diagonal del cuadrado de lado uno), la predicción de la existencia y de las características de un planeta que nadie veía pero que era necesario para que las ecuaciones de las órbitas de los demás planetas cuadraran (las matemáticas y la física siempre tan unidas hasta en Plutón),... Las matemáticas son una muestra del desarrollo humano y todos y todas deberíamos saber reconocerlo. Aunque a veces no las entendamos.

Pero claro, los columnistas de los periódicos son casi todos gente de letras y los de ciencias andamos en desventaja. Y eso que todos deberían haber leído el consejo de Don Quijote: "El caballero ha de saber las matemáticas, porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad dellas".

LA CASA ILUMINADA

Javier Fresán Leal
Ganador de la Olimpiada Matemática
Alumno de 2º de Bachillerato, IES Barañáin

Pocas disciplinas habrá tan llenas de prejuicios como las matemáticas: el cine, la literatura y ciertas aversiones infantiles han contribuido a generar un vasto conjunto de tópicos entre los que se encuentran, por ejemplo, el del conocimiento abstracto del todo independiente de la realidad, la locura, la corta vida hábil del matemático, el inatismo, la dificultad insuperable o la soledad de una mente que viaja por extraños mares de números.



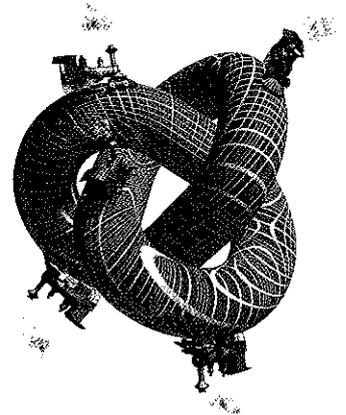
Javier Fresán Leal

No es así. Como ha dicho en alguna ocasión Andrew Willes, eximio matemático al que debemos la demostración del teorema de Fermat, esta ciencia no es sino un paseo por una habitación oscura en la que entramos lentamente, que se ilumina poco a poco conforme vamos reconociendo los objetos que allí se encuentran y nuestras pupilas se acostumbran. No siempre el camino es fácil, pero una vez que hemos conseguido entrar, descubrimos la casa de Thales, Euclides y Pitágoras, de al-Khuwarizmi y Fibonacci, de Leibniz, Newton, Gauss y Euler, y nos enamoramos.

Las matemáticas no son, como comúnmente se piensa, el reino de los números, sino el de los razonamientos lógi-

cos, las demostraciones y la generalización. Sirva de ejemplo el siguiente problema clásico:

"Sea un tablero de ajedrez en el que se han suprimido dos esquinas opuestas. ¿Es posible cubrirlo completamente con 31 fichas de dominó del tamaño de dos casillas?"



Locomotora matemática

Lo más seguro es que un científico cualquiera recurra a la experimentación y trate de probar el máximo número de combinaciones posibles. Al cabo de una docena de intentos, verá que siempre quedan libres dos casillas separadas y concluirá que no es posible, pero sólo podrá asegurar que es probable que no se pueda cubrir el tablero, pues no ha comprobado todas las distribuciones.

El matemático, en cambio, sirviéndose de la lógica, argumentará que en un tablero de ajedrez si dos casillas se tocan, entonces son de distinto color, mientras que las esquinas opuestas son del mismo. Ahora bien, cada ficha de dominó ocupa dos casillas contiguas, una blanca y otra negra, luego para poder cubrir el tablero el número de blancas y negras debe ser equivalente. Como quitamos dos del mismo color (las esquinas) no es posible.

De esta forma, mediante las armas del razonamiento lógico ordenado, hemos construido una demostración de que es imposible cubrir el tablero, y esa demostración es absoluta, nada la cambiará en los próximos cien años. Aquí está la belleza de las matemáticas, el placer que se siente tras invertir horas, días, meses, incluso años, en la resolución de un problema, y ver de pronto que la habitación se ilumina. De hecho, si algo tengo que elegir de mis andanzas olímpicas, aparte de los viajes y nuevos amigos, me quedo con esa sensación, con la sonrisa que te recorre la cara cuando encuentras el camino adecuado.

Posteriormente, llega el momento de presentar los resultados. La exactitud es fundamental: poco sentido tiene un folio entero de cuentas si no se explica con claridad qué representan los símbolos de cada enunciado, cuáles son los presupuestos, cómo se enlaza una operación con la siguiente. Pero quienes amamos la resolución de problemas sabemos que aún más importante que la exactitud es la imaginación, la idea feliz que antecede a los teoremas.

Estas y otras características que me dejó en el tintero hacen de las matemáticas un saber imprescindible, base del resto de ciencias, sin el que todos los avances de la física y la química modernas no hubiesen sido posibles, pe-

ula

ro que también afecta a muchos terrenos en apariencia lejanos como la economía, la psicología, la sociología o la lingüística. Desde el siglo XVI, la filosofía se comprende mejor teniendo como horizonte de fondo las matemáticas, porque precisamente lo que quiso Descartes fue construir un edificio tan sólido como el suyo.

No hablaré aquí de cómo se deberían enseñar las matemáticas: me faltan años y experiencia. Sí considero, en cambio, que muchas veces tiende a pensarse que el conocimiento general se nutre tan sólo de ideas sobre literatura, una visión general de la historia o la doctrina de

algunos filósofos, mientras que, en mi opinión, toda persona que aspire a ser culta debería tener, asimismo, algunas nociones matemáticas: resolver una ecuación de segundo grado, saber qué clases de números existen, qué es una función, el teorema de Pitágoras, etc. Es más, estoy seguro de que todo amante del saber que lea una abreviada historia de las matemáticas acabará ansioso por adentrarse en este viaje inmemorial, con ganas de aprender muchísimo y profunda admiración por unas mentes que lo hicieron sin navegadores ni mapas *online*, porque el mejor ordenador del mundo sería muy inferior a ellas. Eso es, al menos, lo que a mí me ha pasado.

otici

- Hay que conseguir que la educación no ahonde en las diferencias. Entre sus retos destaca tratar la diversidad con naturalidad en una sociedad cambiante. Recuerda que en Navarra de 87.000 alumnos, un 8,4% son inmigrantes. Fermín Villanueva, Director General de Educación. Diario de Navarra 30-01-05.

- La mitad de los alumnos de Secundaria pide más dureza para los compañeros conflictivos. Uno 87% de los profesores achaca la existencia de estudiantes problemáticos a la permisividad familiar. Diario de Noticias 5-02-05.

- El tabaco, ni probarlo. La batalla contra el tabaco empieza en las aulas. Al menos en las del Instituto Basoko de Pamplona a través de un proyecto dirigido a los adolescentes. Diario de Navarra 3-03-05.

- CONCAPA entrega al Gobierno más de 3 millones de firmas a favor de la religión. La asociación solicita

que sea una asignatura evaluable. Diario de Noticias 11-03-05.

- Gobierno, CEN,UGT y CCOO pactan la futura formación profesional. Apuestan por crear "centros integrados" y por certificar los saberes adquiridos. Diario de Navarra 6-04-05.

- Hay un desajuste entre lo que se pide al profesorado y los medios que se le brindan para atajar el acoso escolar. Gema Martín Seoane, Investigadora de Psicología Preventiva y Profesora de Psicopedagogía. Diario de Noticias 18-04-05.

- Nosotras creamos mundo. La igualdad real entre hombres y mujeres es hoy todavía una meta por conseguir...El MEC ha dado un paso adelante con la publicación de material educativo para Infantil y Primaria. Aula de Noticias 19-04-05.

iblio

- Aprendizaje informal de la ciencia. Didáctica de las ciencias experimentales. Nomográfico. Revista Alambique, nº 32. Editorial Graó.

- Informe sobre el estado y situación del sistema educativo. Curso 2002/2003. Consejo Escolar del Estado.

- Evaluación Pisa 2003. Resumen de los primeros resultados en España. INECSE-MEC.

- Informe del Sistema Educativo en Navarra. 1990/2000. Consejo Escolar de Navarra.

- VI Jornada del Consejo Escolar de Navarra con los Consejos Escolares de Centro. Planes de mejora en los centros/evaluación. Consejo Escolar de Navarra.

- El Consejo Escolar de Andalucía 1990-2002. Consejo Escolar de Andalucía.

- Evaluación de la Educación Primaria (1 y 2º ciclo). Departamento de Educación Gobierno de Navarra.

- Sistema de indicadores de la Educación de Navarra 2003. Departamento de Educación del Gobierno de Navarra.

- Estándares de Rendimiento de Educación y Primaria. Modelos G y A. Lengua Castellana, Matemáticas, Lengua Vasca, Proyecto Atlante. Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.

- Proyecto Atlante/Atlante Proiektua. Orden foral 279/2004. Departamento de Educación. Gobierno de Navarra.

- El informe PISA: análisis crítico. Revista Aula de Innovación Educativa nº139 febrero 2005.

- Temas clave de la educación en Europa. Volumen 3. La profesión docente en Europa. Perfil, tendencias y problemática. EURYDICE.

- Educación para la sostenibilidad: un compromiso de futuro. Revista Aula de Innovación Educativa marzo 2005, nº140.

iblio

- *Educación y aprender, Nuevos entornos.* Fundación BBVA. XIX Premios Francisco Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa.
- *Los fondos de la biblioteca escolar y los planes de lectura del centro.* Colección Bibliotecas Escolares. Serie Azul nº5. Departamento de Educación.
- *La formación de usuarios y el uso de la información. Una experiencia didáctica en la biblioteca del Colegio Público de Falces (Navarra).* Colección Biblioteca Escolares Serie Verde nº5. Gobierno de Navarra Departamento de Educación.
- *Participación de los padres y madres de alumnos en el ámbito municipal y de los centros escolares.* Consejo Escolar de Castilla-La Mancha.
- *El Consejo Escolar de Andalucía 1990-2002.* Consejo Escolar de Andalucía.

- *Irakurmena lantzeko jarduerak nola prestatu. Lehen Hezkuntzako 3 Zikloa eta DBHko I.Zikloa.* Angel Sanz Moreno. (Blitz amarillo nº5) Gobierno de Navarra. Dto. de Educación.
- *El mundo de Javier. Una visión del siglo XVI a través de la vida de San Francisco Javier.* Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.
- *Guía de Estudios de la ESO.* Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.
- *Guía de Estudios de Bachillerato.* Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.
- *Guía de Estudios de Formación Profesional, Artes Plásticas y Diseño.* Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.
- *Guía de Estudios de Universidad.* Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.

eseñ

- **Establece la estructura básica de la Administración del Comunidad Foral.** D.F. 37/2005, de 24 de febrero de 2005 (BON nº25 de 28 de febrero)
- **Establece la estructura del Departamento de Educación.** D.F. 43/2005 de 24 de febrero (BON nº25 de 28 de febrero). Corrección de errores BON nº 47, de 20 de abril de 2005.

- **Atribuciones en materia de personal de los órganos de la Comunidad Foral.** D.F.30/2005, de 21 de febrero (BON nº25 de 25 de febrero de 2005)
- **Regulación de las Secretarías Generales Técnicas de la Administración de Navarra.** D.F. 29/2005, de 21 de febrero (BON nº25 de 25 de febrero de 2005)

**EL DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN.
(DF 43/2005)**

Consejero de Educación

- Jefe de Gabinete
- Secretaria

Secretaría General Técnica del Departamento

- Sección de Régimen Administrativo
- Sección de Régimen Jurídico.
- Sección de Presupuestos y Gestión Económica

Servicio de Recursos Humanos.

- Sección de Personal.
- Sección de Nóminas y Seguros Sociales.
- Sección de Prevención de Riesgos Laborales.

Dirección General de Enseñanzas Escolares y Profesionales

- Director General

**Servicio de Inspección Técnica y de Servicios.
Servicio de Centros y Ayudas al Estudio.**

- Sección de Obras y Equipamiento
- Sección de Mantenimiento de Centros y Dependencias del Departamento.

- Sección de Centros Escolares y de su Financiación
- Sección de Ayudas al Estudio

Servicio de Ordenación e Innovación Escolar

- Sección de Ordenación Académica
- Sección de Innovación Educativa y Desarrollo Curricular
- Sección de Formación del Profesorado
- Sección de Enseñanzas de Régimen Especial
- Sección de Nuevas Tecnologías

Servicio de Vasconce.

- Sección de Didáctica del Vasconce

Servicio de Formación Profesional.

- Sección de Innovación y Desarrollo de las Enseñanzas Profesionales.
- Sección de Formación Profesional y Empresa.
- Sección de Cualificaciones Profesionales-Instituto Navarro de las Cualificaciones.

Servicio de Atención a la Diversidad, Multiculturalidad e Inmigración

- Sección de Necesidades Educativas Específicas
- Sección de Educación y Formación Permanente
- Sección de Multiculturalidad e Inmigración.

De

editor

LA MATEMÁTICA COMO HERRAMIENTA BÁSICA DEL CONOCIMIENTO

M^{ra} Dolores Eraso Erro
Catedrática de Matemáticas

"Una de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, más bien que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, "saber hacer". El método matemático ha de predominar sobre el contenido".



M^{ra} Dolores Eraso Erro

(Miguel de Guzmán (2005). "Textos de Miguel de Guzmán" Monografía 02 SUMA)

El tema general de este número de la revista IDEA, "La Matemática como herramienta básica del conocimiento" nos hace plantearnos diversas cuestiones relativas tanto al tipo de conocimiento del que hablamos como sobre la naturaleza de la herramienta a la que se hace referencia. No es lo mismo unas matemáticas para una educación obligatoria que para una post-obligatoria, como no es lo mismo su enseñanza en la etapa no universitaria que en la universitaria.

Hace tiempo que dejó de servir la concepción tradicional de la matemática como "Ciencia del número y de la extensión", así como que la enseñanza de las matemáticas

MONOGRÁFICO: LAS MATEMÁTICAS

ha de tener una finalidad utilitaria, es decir, ha de servir como "las matemáticas del contable". Su utilidad es evidente, y lo ha sido históricamente, en ámbitos propios de las ciencias empírico-experimentales; no obstante, en la actualidad, las matemáticas, sobre todo la matemática discreta, se utilizan en el ámbito de las ciencias humanas. Tanto en el campo de la Lingüística como en el de las ciencias Sociales se están utilizando en la actualidad modelos matemáticos —matrices p.e.— que permiten recoger, organizar, manipular datos para realizar inferencias que contribuyen al progreso en estos campos del conocimiento.

No obstante, si hablamos de educación matemática, debemos considerar ante todo la virtualidad formativa de esta disciplina. Las matemáticas deben contribuir a la formación de los ciudadanos del siglo XXI. Han de servir de forma específica al desarrollo de la autonomía intelectual y social de la persona. Una persona educada matemáticamente, debe tener un nivel de competencia numérica que le capacite para entender y analizar la cantidad de información formal e informal que encuentra en cada momento; la competencia geométrica le va a dotar de herramientas para desenvolverse e interpretar el medio. La capacidad para el reconocimiento de situaciones problemáticas, el planteamiento de problemas y su resolución, es el correlato necesario de la autonomía intelectual, tanto para aprender a aprender, cuanto para erigirse en un ciudadano responsable sujeto de derechos y de deberes.

Todo esto se refuerza con la declaración de intenciones que hace el proyecto PISA: "La competencia matemática es la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo".

En este número hemos pretendido ofrecer a lectores especialistas y no especialistas en la materia, información, reflexiones, experiencias que nos acerquen a un campo del saber, las matemáticas, que, aunque muy antiguo en la historia del conocimiento, no ha sido tan accesible como quisiéramos a muchas personas.