

20. Zk. IDEA MONOGRAFIKOA: MATEMATIKA

EDITORIALA	2
MATEMATIKA EZAGUERARAKO OINARRIZKO TRESNA GISA.....	2
<i>M^a Dolores Eraso Erro, Matematika Katedraduna</i>	2
PERSONAIK	3
Matematikak komunikatzeko beste modu bat.....	3
<i>José Antonio Marina, Filosofoa eta idazlea</i>	3
MATEMATIKA IRAKASTEAREN PRIBILEGIOA.....	5
<i>Rafael Pérez Gómez, Katedraduna. Matematika Aplikatuaren Saila. Granadako Unibertsitatea</i>	5
PISA ETA LEHEN HEZKUNTZAKO IKASLEEN PRESTAKUNTZA	7
MATEMATIKOA.....	7
<i>M^a Victoria García Armendaritz, Eskola orientatzailea</i>	7
HAUSNARKETA BAT DATOZEN URTEETAKO HEZIKETA MATEMATIKOARI BURUZ.	9
<i>Javier Bergasa Liberal eta Manuel Sada Allo, Bigarren Hezkuntzako irakasleak</i>	9
HEZIKETA MATEMATIKOA LHKO IKASKETA FINALISTETAN.	11
<i>Jose M^a Irazoki, Berako Toki Ona BHIko Zuzendaria</i>	11
MATEMATIKA: GARRANTZIA ETA PISA EBALUAZIOA.....	13
<i>Jesús González Goñi, Hezkuntzako Ikuskatzailea, PISA ebaluazioaren ikuspuntua</i>	13
LEHEN HEZKUNTZAN MATEMATIKAK HOBETZEA: ATLANTE PROIEKTUA....	15
<i>M^a Rosario Herrera González, Hezkuntzako Ikuskatzailea</i>	15
IKASGELA	18
MATEMATIKA: ZIENTZIA ETA KULTURA	18
<i>Pedro Otaduy, "Iturrama" BHI. Iruñea</i>	18
ARGITUTAKO ETXEA.....	20
<i>Javier Fresán Leal, Barañaingo BHIko Batxilergoko 2. mailako ikaslea</i>	20
PRENTSAKO ALBISTEAK	22
BIBLIOGRAFIA	22
LEGERIAREN AIPAMENAK	23

EDITORIALA

MATEMATIKA EZAGUERARAKO OINARRIZKO TRESNA GISA

M^a Dolores Eraso Erro, Matematika Katedraduna

“Gaur egun zabalduen dauden joeretako bat matematikak bereak dituen pentsamendu prozesuaren transmisioa azpimarratzean datza, edukien transferentzia hutsean baino gehiago. Matematika, batez ere “egiten jakitea” da. Matematika metodoak izan behar du nagusi, edukiaren ginetik”.

(Miguel de Guzmán (2005)- “Textos de Miguel de Guzmán” Monografía 02 SUMA)

IDEA aldizkariaren zenbaki honen gai nagusiak, “Matematika, ezaguerarako oinarrizko tresna gisa”, mintzagai dugun ezaguera-motari buruzko zein aipatzen den tresnaren izaerari buruzko hainbat gaitaz galdera eginarazten digu. Ez da berdina matematika derrigorrezko hezkuntza baterako eta derrigorrezko hezkuntza ondokorako, eta ez da berdina, halaber, matematika unibertsitatez kanpoko etapan irakastea eta unibertsitatean irakastea.

Bada denbora matematikaren ulerkera tradizionala, “Zenbakiaren eta hedaduraren zientzia”, utzi zenetik, baita matematikaren irakaskuntzak helburu erabilgarria izan behar diren ustea, hau da, “Kontablearen matematikak” gisa ulertzeari utzi zitzaien ere. Bere begi-bistako erabilera, eta horrela izan da historian zehar, zientzia enpiriko-esperimentalek bereak dituzten arloetan; nolahi ere, gaur egun, matematikak, batez ere matematika diskretua, giza zientzien esparruan erabiltzen da. Bai hizkuntzalaritzaren esparruan, baita gizarte zientzien esparruan ere, gaur egun eredu matematikoak erabiltzen dira –matrizeak esate baterako-, horiek aukera ematen baitute datuak jaso, antolatu eta manipulatzeko inferentziak egiteko eta horrela ezaguera-arlo horien aurrerapenari laguntzeko.

Edonola ere, heziketa matematikoari buruz hitz egiten badugu, ezerean ginetik diziplina honen birtualtasun formatiboa hartu behar dugu kontuan. Matematikak XXI mendeko herritarren formazioan lagundu behar du. Bereziki pertsonaren autonomia intelektual eta sozialaren garapenerako balio izan behar du. Matematikaren arloan hezitako pertsona batek une bakoitzean topatzen duen informazio formal eta informal piloa ulertu eta aztertze gaitasun numerikoa izan behar du; gaitasun geometrikoak ingurunea interpretatzeko eta moldatzeko lanabesak emango dizkio. Egoera problematikoak aitortzeko gaitasuna, arazoak planteatzea eta ebaztea, autonomia intelektualaren nahitaezko korrelatua da, bai ikasten ikasteko, baita eskubide eta betebeharrak dituen hiritar arduratsua bihurtzeko ere.

Hori guztia indartu egiten da PISA proiektuak egiten duen asmo-aitorpenarekin: *“Gaitasun matematikoa munduan matematikek betetzen duten eginkizuna ulertu eta identifikatzeko, ongi oinarritutako arrazoiak bilatzeko eta herritar eraikitzaile, konprometitu eta gogoetatsu gisa bizitzaren beharren arabera matematiketan parte hartzeko eta erabiltzeko norbanako batek duen gaitasuna da.”*

Ale honetan, arloan aditu diren irakurleei eta aditu ez direnei jakintzaren arlora hau da, matematikara hurbilduko gaituzten informazioa, hausnarketak eta esperientziak eskaini nahi izan ditugu. Izan ere, matematika, ezagueraren historian oso zaharra izan arren, pertsona askorentzat ez da nahi genukeena bezain irisgarria izan.

PERSONAIK

Matematikak komunikatzeko beste modu bat.

José Antonio Marina, Filosofoa eta idazlea.

Zer egiten du filosofo batek matematikez hitz egiten? Bada, ez dut istorio ospetsu bat gogoratu besterik egiten. Matematikaren lorpenik handienetako batzuk filosofoen lana dira: Pitagoras, Descartes, Leibniz, Russell, esate baterako. Humanitateen eta zientzien arteko bereizketa asmakuntza berantiarra eta zoritxarrekoa izan da, eta ahal dudan guztia –ez da asko egiten dut hori bereizketa hori txikitzeko. Duela hilabete askotatik hona zientziari buruzko orri bat idazten dut EI Mundoko EL CULTURALen, neure burua sormen-erakustaldi ikaragarri horrekiko harremana ez galtzera behartzeko.

Pedagogo gisa kezkatu egiten nau gure ikasleetako askok matematikei egiten dieten gaitzespen biziak. Larria iruditzen zait, mundu numeriko batean bizi garelako, eta bertan analfabetismo matematikoak bizitza zaildu egiten du. Halaber, kezkatu egiten naute, egiazki, giza zientziak alferrikako apaingarri bat izango balira bezala gaitzesten dituzten zientzialariek.

Ba ote dago zulo hori nolabait gainditzeko modurik? Ba ote dago matematiketara iristea erraz dezakeen moduren bat? Baietz uste dut. Giza sorkuntza guztiak –artistiko, zientifiko, filosofiko, erlijiosoak etab.- adimen beretik datoz, eta adimen hori asmakuntza-iturri ikaragarria da. Giza espeziearekin batera sortzeko irrika nekazina sortu zen unibertsoan.

Gizakiak funtsean izaki linguistikoak dira. Elkarri mundua kontatzeko xedea dute. Hori egiteko, hizkuntzak, gramatikak, lengoaiak asmatu dituzte etengabe. Bada, bada une eder bat non gizakiak konturatu ziren hitz arruntak erabiliz hainbat gauzari buruz hitz egitea zaila zitzaiela. Oso gauza bereziak ziren, gauza errealei buruz hitz egiteko baina era abstraktuan, erlazioak eta jarrerak, familien istorioak izendatzeko. Horrela asmatu ziren zenbakiak eta beren sintaxiak. Baina horrekin ez zen nahikoa izan. Baziren erlazio batzuk zenbaki horien bitartez neurtu ezin zitezkeenak, eta beste zenbaki ezberdin batzuk asmatu behar izan ziren: irrazionalak, konplexuak, finitiaz gaindikoak, borobilak, magikoak. Asmakuntza horietako bakoitzak problema batzuk ebatzi eta beste batzuk planteatzen ditu. Borgesek esan zuen infinituaren historia idatzia izango lukeela gustura, eta zalantzarik ez dut historia paradoxikoa dena istorio miragarri bilakatuko zuela, izan ere gizaki zentzudunari ezinezkoa iruditzen zaio matematiketarako infinitu batzuk izatea beste batzuk baino handiagoak direnak.

Azken batean, uste dut matematikak abentura handi baten gisa hartu beharko genituzkeela. Hori garrantzitsua da izan ere matematiketarako bidea galarazten duen oztopo nagusia ez da arrazoiaren ingurukoa afektibitatearen ingurukoa baizik. Giza adimena kontzeptu zehatzak, gauza errealak irudikatzen dituzten kontzeptuak erabiltzeko egina dago, hau da: sagarrak, udareak edo zaldiak. Pentsamendu formala naturaz kanpokoa iruditzen zaigu, bitxia, eta haur askok ez dute hain talka izugarria jasaten. Lehen hezkuntzako irakasleek pausu hori leundu beharko lukete. Gogoan dut geometriarako sentitzen nuen liluramendua nori zor diodan: irudi bat puntu baten espazioko dantza gisa irudikatzea zein liluragarria den eta mugimendu hori ekuazio batera murriztea zein ederra den azaldu zidan irakasleari.

Zenbakiak hitzez inguratzen jakin beharko genuke. Ele-ederrez azaldu matematikaren edertasuna eta ahalmena. Ikasle batek galdetu dit ea “ekuazioa”k gauza bera esan nahi duen matematikan, fisikan eta kimikan. Zer da ekuazioa? Bere izenak berak dioen moduan, berdintasun bat. Bere formulak garrantzitsuena = zeinua da. Baina badira beste adierazpide batzuk berdintasunak adierazteko, esate baterako, definizioa edo deskribapena. Triangelu baten definizioak definitutakoa bere definizioarekin berdindu nahi du. Baina berdintasun hori ez da ekuazioa. Zer eransten dute ekuazioek? Erlazioa aurkitzen dute elementuen artean, egitura dinamiko bat non elementuek elkar eragiten duten, horrexegatik elkartruka ditzakegu, sinplifikatu, elementu horiekin eragiketak egin, eskolan ikasi genuen bezala. Ezagunetik ezegunera joateko aukera ematen digute, ezegunera asmatzeko. Ez dute soilik jakina dena erakusten, baizik eta ezegunera ezagutzeko aukera ematen dute. Dirac-en ekuazioak elektroien baten jokoera deskribatu nahi zuen, baina antimateriaren esistentzia iragarri zuen. Diracek arrazoi zuen hau esan zuenean: “Nire ekuazioa ni baino argiagoa da”.

Asmakuntza matematikoari buruz irakurri dudanak berretsi egiten ditu matematikaren eta estetika arteko erlazioari buruzko ideia hauek. Henri Poincaré, historiako matematikari handietako bat, funtzio fuchsianoak nola ebatzi zituen kontatu zuen. Gaiari buruz denboraldi batez lanean jardun ondoren, eta emaitzarik ez lortu ondoren, bidaia bati ekin zion eta bere lan matematikoa ahantzarazi egin zion. Etapetako batean, autobusera igotzean, soluzioa bururatu zitzaion. “Nire lehenagoko pentsamenduetan ezerk bidea prestatu gabe –idatzi zuen- ikusi nuen funtzio fuchsianoak definitzeko erabiliak nituen transformazioak geometria ez euklidiastarraren berdin-berdinak zirela”. Bere eskarmentuan oinarrituta, lan matematikoak hiru zati zituela esan zuen: (1) Azterketa kontzientea. (2) Inkubazio inkontzientearen aldia. (3) Jarduera inkontziente horren emaitza kontzientziara pasatzen da. Eta –eransten zuen- “kontzienteak edertasunari bera gida dezan uzten dio”. Ezin da faltsua den ekuazio ederrik izan, esaten zuen Einsteinek.

Zergatik iruditzen zait garrantzitsua hori guztia? Beharbada lanabes pedagogiko handi bat desaprobatzen ari garelako. Matematikak lengoia baten ikaskuntza bilakatu behar ditugu, horrekin istorio liluragarriak kontatu ditzagun. Aitortzen dut zenbakien abentura horiek kontatu nahiko nituzkeela. Logika fantastikoa ez baizik eta logika zorrotza duten istorioak. Eta nola erakarri zehaztasunik gabe aritzea eta amets egitea gustuko duen haur bat matematikaren bide zorrotz horretara? Zehaztasuna ere ederra eta, batez ere, boteretsua dela ikusaraziz. Haur txikiek lengoia sutuki ikasten dute, izan ere badakite hori menperatzeak helduen munduan sartzen dituela, beren boterea ikaragarri handitzen duela. Matematikak ere botere berriak ematen dizkio haurrari. Bizitza errealeko arazoak konpontzeko aukera ematen diete. Hori dela eta, istorio horiek ongi ezagutuz jasoko dituzten botereak azpimarratu behar ditugu.

Gogoan dut Alemaniako eskualde bateko irakasle batek kontatu zidala bere eskolan arlo nagusia lengoia zela. Eta arloa hiru zati handitan zatituta zegoela: lengoia naturala (alemana), lengoia matematikoa, lengoia musikala. Ideia zoragarria iruditu zitzaidan, baina, esan dizuedan bezala, nik lengoia izugarri atsegin dut. Lengoia guztiak.

MATEMATIKA IRAKASTEAREN PRIBILEGIOA

Rafael Pérez Gómez, Katedraduna. Matematika Aplikatuaren Saila. Granadako Unibertsitatea.

Egun batean hainbat kontzeptu matematiko sartu nitzakeela egiaztatu nahi izan nuen. Haur Hezkuntzako ikasgela batera joan nintzen, 5 urtekoen gelara, lerro zuzenaren eta lerro paraleloen kontzeptua barneratzen saiatzeko. Hainbat egun jarraikitan izan nintzen, “andereño”ari laguntzen, Serratek esango lukeen bezala *zoro txikitxo* haien konfiantza lortu nuen arte. Une jakin batean esku hartu nuen eta beren kalea marrazteko eskatu nien. Aldez aurretik paper jarraikia ezarria nien beren mahai gainean, eta “behatz” pintura emana. Orbain ikaragarriak marraztu zituzten, esanahirikgabeak. Eta beren inguru hurbilenean lanean hasi nintzen, hau da, beren gorputzean. Egurrezko hagaxka batzuez baliatu nintzen lurraren gainean ipinia identifika zezaten. Psikomotritzitate ekintza batzuen ondorioa izan zen. Eskatu nien moketa gainean hagatxoaren ondoan etzateko eta gero hagatxoa lur gainean utziz altxatzeko. Hainbat lerrokadura egin genituen harik eta bi ilera bereizik definitutakoan ekitea erabaki nuen arte. Gero, hagatxoek markatutako lerroen artean irina bota genuen, eta eskatu nien oinutsik haren gainetik pasatzeko. Batean noranzko baterantz eta bestean kontrakoan. Pixkanaka-pixkanaka, erratza pasatzeko eskuilen bitartez, paseatzen zuten eremua gero eta estuago bihurtzen genuen, harik eta banaka pasatzeko ilara lortu arte. Eszenifikazioa baliatu nuen “etxea” egiteko, hagaxkez (egiatan ontzi baten ertzak ziren) eta paper jarraikiak (etxearen aldeak). Haurrak han sartu eta ateratzen ziren, eta “barruan” eta “kanpoan”, “goian” eta “behean”, “aurrean” eta “atzean” eta “eskuinean” eta “ezkerrean” terminoak erabiltzen zituzten. Ekintza oso horrek ordu-erdi hartu ninduen aste bateko arratsalde guztietan. Azkenean, beren kalea marrazteko eskatu nien berriz ere. Ikaragarria izan zen, denek bi lerro zuzen “paralelo” marrazten zituzten! Ez zitzaion ezeri izenik jarri behar izan. Oraindik ordu asko izango zituzten matematika eskolan beren “kalean” dauden eta kolektibodun objektu abstraktuen bitartez gauzaturik dauden geometria eta aritmetikaz jabetzeko. Pertsonen arteko komunikazioaren zerbitzura dagoen matematika. Gehiago itxaron behar dute harik eta ulertu arte matematikak arazo teknologikoak ere konpontzen dituela, lan trebetasunak garatzeko aukera ematen duela eta, batik bat, pertsonengan goi-mailakotzat jotako gaitasunak garatzen dituztela. Eskola-erakundeari eman dio gizarteak pertsonak ahalik eta duintasun handienarekin gara daitezten beharrezkoak diren matematika guztiak irakasteko ardura, izan ere matematikak norbere iritzia izaten laguntzen dute, eta lagundu egiten dute, halaber, egoerak aztertzen, arazoak mahairatzen eta konpontzen, gauzek nola funtzionatzen duten azaltzen, egoerak aurreikusi eta irudikatzen, erabakiak hartzen eta, horretaz gainera, edertasuna partekatzen. Esan dudan guztiak bitxia iruditu dakioke pertsona askori, horiek matematikarekin izan zuten harremana ez zelako oso atsegina izan eta, gero, eguneroko bizitzan erabiltzen dituzten matematikak gutxi ikusten direlako. Oraindik gogoan dituzte zatiki eta parentesi dorreen “orgia” haiek, erro karratuen kalkulua etab., oinarrizko matematika-trebetasunak garatzearen aitzakian gizarte hautaketarako iragazki bihurtzen zirenak benetan. Nork ez du sufritu egoera haiekin: *Gaur problemak! Ikus dezagun... Tren bat 7.32etan Madriletik atera da, Bilborantz, orduko 90 kilometroko abiadan; beste tren bat Bilbotik atera da Madril aldera 3 minutu geroago eta abiadura berdinean; kontuan hartuta lehenengoak 10 minutuko 183 geldialdi egiten dituela eta besteak ez, zer ordutan topatuko dute elkar?* Liluragarriak, ezta? Eskatutako ahaleginaren zentzugabetasunarengatik esaten dut. Horrela, urtez urte, matematikaren benetako arazoia estaltzea lortzen da. Eta, aldiz, ez da irakasten industri fabrikaziorako erabiltzen ditugun minimoen legeak (aluminiozko latak, boligrafoak, gorpilak eta estalkiak, etab.), beren erretikularekin, puntu baliokideak lotzen –izaera fisikoa izan nahiz besterik gabe kontzeptuala izan- (edozein hiritako hirigintza eta azpiegiturak, gaiaren egitura, unibertsoaren antolamendua, etab.), bere hazkuntza-jarraibideekin (sustapen eta forma sistemak), sortzen duguna bai industrialki bai Aretean edertasuna sortzeko, bere gizarte-antolamendurekin (hauteskunde sistemak eta formulak, gizarte-azterketak, erabakiak hartzeko ereduak, jokoak eta aisialdia, etab.) eta antolamendu ekonomikoarekin (eredu ekonomikoak, merkatuen azterketa, etab.)... Laburbilduz, matematikaren garrantzia ez da argitzea lortzen Galileok esango zuen moduan honakoa ikusaraziz: <<Unibertsoa matematikaren hizkuntzan idatzitako liburu bat da, eta bere karaktereak hirukiak, zirkuluak eta bestelako irudi geometrikoak dira, eta horiek gabe gizabidetsuki ezinezkoa da hitz bakar bat ere ulertzea; horiek gabe labirintu ilun batean noraezean ibiltzea besterik ez da lortuko>>.

Baina oraindik bada gehiago. Gaur egun, kultura orokor baterantz goaz, **hirugarren kulturarentz**, zubi bat lehenengo eta bigarren kulturen artean(1), eta hirugarren horretan ez da sartzen zientzien eta letren arteko bereizketa. Jadanik ezin da pertsona jantzia izan soilik giza zientzien, letren eta arteen ikuspegitik, edo ezaguera zientifiko entziklopedikoaren ikuspegitik soilik. Errealitatea konplexua da eta ezaguera kaleidoskopiko eta diziplina-arteko ezagueraren ikuspuntutik aztertzea eskatzen du.

Hirugarren kulturaren premia filosofia natural berri bat da, konplexutasunaren eta eboluzioaren garrantziaren ulermenean oinarritua (John Brockman). Intelektual berrien ezaugarrietako bat honakoa pentsatzea da: *pertsona batek ezin badu oro har gai zientifikoei buruz bezala zientifikoak ez diren gaietarako hitz egin, orduan ezin da pertsona zibilizatutzat jo* (Steve Jones).

Kultura hori garatzeko arrazoiak hiru teknologia –ikusentzunezkoa, telekomunikazioena eta informatika- uztartzeak bultzatu du. Horrek erraztu egin du oso bizkor informazioa iristea, berriak ia denbora errealean zabaltzea eta irudi erakargarrietan oinarritutako zabalkundea. Zientzia da berrietarako gai den bakarra, dio Stewart Brandek, izan ere egunkari edo aldizkari bat irakurtzen dugunean eduki guztiak aurreikusgarriak dira oro har; giza natura ez da gehiegi aldatzen, zientzia bai ordea. Ikuspuntu horretatik, informazio-kopuru handia jaso eta informazio horrek zuzenean erasaten dituen pertsonen artean, alde handia dago matematiketan ongi moldatzen direnen eta ongi moldatzen ez diren artean.

Esandako guztiarengatik, aztertu egin behar dugu zein matematikiek balio duten edozein pertsona gizartearen duintasunez gara dadin menderatu behar diren kultur-gakoak azaltzeko, eta, arrazoizkoa denez, pentsamendu-prozesuak ezaguera espezifikokoak baino garrantzitsuagoak direla ikustera iritsiko gara. Problema ebaztea, kuantifikatzea, irudikatzea, erlazionatzea, ordenatzea eta sailkatzea da benetan garrantzitsua dena, izan goi-mailako ekintzak dira eta, zuzenean, hobeto pentsatzera eramaten dute. Ikuspuntu horretatik, ez al da pribilegio bat Matematika irakastea? Edozein eskolaren heterogeneotasuna kontuan hartuta, irakasle gisa gure lana gara dezagun garrantzi handiagoa emanez ikasketa-erritmo ezberdinei, gure ikasleek osatutako giza taldeari, garrantzi handiagoa hezkuntzari eta inolako garrantzirik ez eskola-biziraupenerako trebetasunei. **Ezaguera eraikitzea** da irakaskuntza eta ikaskuntzari buruzko teoria modernoetatik ondorioztatzen den kontsigna. Baina, dagoeneko eraikita dagoenez, irakaskuntza-jardueraz benetan egiten duguna **Matematika berreraikitzea** da. Francisco Hernán lagunak **Retrato de una profesión imaginada** liburuan (Proyecto Sur, Granada 1991) dioenez, *gauza batzuk bai, pixkana-pixkana ikasten dira, eta, aldiz, gauza askoz ere gehiago ikasten dira barneratuz*, konplexuan zuzenean sartuz, lehen adierazi ditudan lanen modukoetan sartuta.

(1) *Humanismoaren* ostean, horrek pertsonaren duintasuna eta balioa azpimarratzen dituela, **lehen kultura** deitutakoa heldu zen, azken hau nagusi izan zela Berpizkundean. Bere oinarrietako baten arabera, pertsonak izaki arrazoidunak dira norbere baitan egia aurkitu eta ongia egiteko gaitasuna dutenak. Humanismo terminoa maiz erabiltzen da Europan XIV. eta XV. mendeetan zehar zabaldu zen literatura eta kulturaren mugimendua deskribatzeko. Greko eta erromatarren ikasketen **berpizkunde** honek klasikoak berez duen balioa azpimarratzen zuen.

Bigarren kultura, *Argien Mendetik edo Ilustraziotik* garatua izan zen. Termino hau **Iraultza Frantsesaren** aurreko XVIII. mendean zehar, Europan eta Amerika osoan, pentsamenduan eta literaturan zeuden joerak deskribatzeko erabiltzen da. Aldi honetako idazleek beraiek esaldia maiz erabili zuten, iluntasun eta ezjakintasuneko mendeetatik arrazoiak, zientziak eta Gizateriarekiko begiruneak argitutako aro berrira ateratzen zirela sinetsita baitzeuden.

PISA ETA LEHEN HEZKUNTZAKO IKASLEEN PRESTAKUNTZA

MATEMATIKOA

M^a Victoria García Armendaritz, Eskola orientatzailea

Duela gutxi 2003 urteari dagokion PISA ebaluazioaren emaitzen berri izan dugu. Aurten sakonago aztertu du matematikaren arloan hezkuntza sistemak izandako errendimendua.

PISAk duen ezaugarri bereizle batek, gure iritziz, programa honi orientazio-ahalmen berezia ematen dio hezkuntza sistemarako; hau da, espero den prestakuntza –kasu honetan matematikan- proiektuak berak zehaztu eta definitzen duela. Planteamendu honen bestaldean, nazioarteko beste azterketa konparatibo batzuk, hala nola, TIMSS, parte hartzen duten herrialdeetako kurrikulu nazionalen izendatzaile komunitik abiatuta eraikitzen dira.

PISA proiektuan, kurrikuluaren inguruko gaiak *matematika ideia handitan* sartuta daude, eta hezkuntza sistemaren errendimenduz hitz egiten denean, hori herrialdeek derrigorrezko irakaskuntzarako aitortzen dituzten azpiko helburu sakonei lotzen zaie, eta ez hainbeste edukimultzo zehatz baten irakaskuntza eta ikaskuntzari. Ebaluazio-adierazleek *ikasteko gaitasunarekin eta ezaguera trebeki erabiltzeko gaitasunarekin* dute zerikusia, eta horretarako ez da nahikoa ezaguera jakin batzuk eskuratzea, baizik eta gaitasun zabalagoak eskuratu behar dira, ideien eta prozeduren komunikazioarekin eta arazoaren identifikazio, formulazio eta ebazpenarekin zerikusia dutenak.

Artikulu honetan Lehen Hezkuntzako matematikaren berrikusketa kritikoa egiteko asmoa dugu, arlo horretan OCDE/PISA proiektuak egiten duen azterketaren argitan. Ohartzen gara jakiteko zenbait eraren aurkikuntzak epe luzeetan zehar irakaskuntzaren koherentzia eta konsistentzia eskatzen duela. Horretaz gain, PISAren atzean kontzeptu-esparru konpartitua dago, nazioartean ospe handiko talde eta erakundeek egina, eta horiek matematikaren arloaren definiziorako euskarri teorikoa eman dezakete, eta horien bitartez irakasleak eta ikastetxeak orientatu, baita gizarte osoa oro har ere.

Zer baloratzen du PISAk prestakuntza matematikoan eta zer irakatsi eta ikasi Lehen Hezkuntzan.

PISAk, lehenago esan dugun moduan, ez ditu eduki zehatzei lotutako ikaskuntzak ebaluatzen; matematika ebaluatzen du, matematika honela ulertuta: matematikak gaur egungo munduan betetzen duen eginkizuna identifikatu eta ulertzeko, ongi oinarritutako arrazoiketetara iristeko eta behar ezberdinen arabera eta egoera ezberdinetan matematikak erabiltzeko norbanako batek duen gaitasuna.

Zer irakatsi, orain arte esandakotik ondoriozta dezakegun bezala, horrek garrantzi handia du. Nolanahi ere uste dut arreta berezia merezi duela *nola irakatsi eta ikasi* gaiak. Beharrezkoa da azpimarratzea askotan *nola* horrek zerikusia duela *zer-ekin*. Ezin da ikertzen, hausnartzen, komunikatzen ikasi ikasgelan hori egiteko ohiturarik ez badago. Lan egiteko moduak ikaslearengan pentsatzeko, jakiteko eta egiteko modu bat eratzen du.

Kontuan hartuta nolako garrantzia duen Lehen Hezkuntzak matematikarako jarreraren garapenean, eta lehenengo nozioen eta oinarritzko trebetasunen ikasketan eta, halaber, ikasleak bere gaitasunaz egiten duen balorazioan, beharrezkoa da derrigorrezko irakaskuntzaren amaieran lortzea espero dugun gaitasun matematikoa hasieratik bertatik landu behar dela gogoraraztea. Testuinguru horretan oso garrantzitsua izango da ikasleak matematika eskolan jasotzen duen errealitateari “begiratzeko” era, eta, ahal den neurrian, trebetasun errazak direnak, hala nola, arkatx eta paperez egiten diren kalkuluak, problemen identifikazio, formulazio eta ebazpenean jokoan jartzen denetik bereiztea. Problema horiek, gainera, oso egoera ezberdinetan ikusi behar dira: zenbakien propietateak, zenbaketak, testuinguru numeriko edota geometrikoko patroio edo erregularitasunak..., horietatik hasi eta problema irekietaraino, leku eginez problema klasikoei baina irakaskuntza tradizionalen definitu duten marjina estutik nahita ateratzen.

“Matematika ideia handiak” eta oinarritzko edukiak Lehen Hezkuntzan

Derrigorrezkoa dirudi eragiketa aritmetikoak eta zenbakiak ulertzea funtsezkoa dela azpimarratzea, ulermen hori eragiketen irismen eta esanahiaren ulerkuntza eta zenbakien egitura dezimalaren aitopen gisa ulertuta. Ez da nahasi behar eragiketa eta kalkulua. Idatzitako kalkulu

algoritmoetarako kezka tradizionalak dakartzan arrisku handienetako bat kontzeptu eta algoritmo sinonimo izatera iristen direla da. Hori horrela, zatiketa irakasteko metodo bat irakasten da, eta ez ideia bat. Eragiketa bakoitzaz izaten den ideia zabaltzen joaten da, pixkanaka handiagoa eta abstraktuagoa den egoera-sorta bat estaliz, eta bere testuingurua problemen ebazpena da. Interesgarria litzateke jakitea 12 urteko ikasle batek zenbat egoera ezberdin ideiatu ditzakeen 5×3 espresioa justifikatzeko; eta $5 \times 3 \times 4$ izango balitz? Zer gertatuko litzateke $5 \times 0,25$ izango balitz?

Kalkulu mentalaren trebetasunak eta algoritmo alternatiboaren garapena ikaskuntza baliagarriak dira. Kalkulurako estrategia pertsonalak garatzeak abantailak ekartzen dizkie ikasleei kalkulu numerikoa hobeto ulertzeko eta zenbakien arteko erlazioak hobeto ulertzeko.

Gai numerikoetarako eta sinboloaren zentzuaren garapenerako dagoen kezka ilundu egiten du geure bizitzan askotan arazo espazialei -problema numerikoak adina edo gehiago- aurre egiten diegun gertaera erreala, izan ere, hori egiten dugu informazioa aztertzean, diagramak interpretatzean, altzari bat ezartzea bezalako ekintzetan, jantziak diseinatzean, pilotan edo tenisean jolastean... geometriari funtsezkoa da formak aztertzea, sailkatzea, transformazioak ideiatzea, figurak eratzeko, objektuen propietateak ezagutzea eta horien arteko erlazioak aztertzea..., eta ez murriztu espazioaren eta espazioa erabiliz azalera eta bolumenak kalkulatzera, ohikoa izan den moduan.

Espazioaren ezaguera matematikoak eskatzen du hiru dimentsioko espazioaren plano-irudikapena lantzea, mundu erreala irudikapenaren interpretazioan gaitasuna eskuratzeko. Ez dugu ahaztu behar matematikaren barruan espazioaren ezaguera bi eratak dela funtsezkoa: ezaguera zuzena eta figura eta diagramen bitartez egiten duguna.

Azalaren eta bolumenaren nozioek oso poliki lantzea eskatzen dute, neurketa zuzenen bitartez, unitate ez-konbentzionalekin, bilbeetan oinarrituta, esate baterako, planoaren bi dimentsioa eta hiru dimentsioa atera baino lehen, eta neurrien kalkulurako ohiko formulak erabili aurretik.

Neurria ere hezkuntza-balio handiko funtsezko ezaguera da. Beharrezkoa da ikasleei ikusaraztea zer harreman dagoen neurri batek adierazten duen kopuruaren eta erabilitako unitatearen artean. Beste baten "erdia", "herena" edo "hamarrena" unitateak neurketaren emaitzan (kopurua) "bikoitza", "hirukoitza" edo "hamar aldiz handiagoa" dakar. Neurriak lagundu egiten du, era berean, espazioa antzematen eta egituratzen, izan ere aukera ematen du bi eta hiru dimentsiotako espazioan mugimenduen eta formen propietate geometriko *euklidestarrak* ezagutzeko.

Amaitzeko, gogoan izan behar dugu heziketa matematikoaren helburua ikasleen heziketa dela eta heziketa horrek osagai kognitiboak, erlaziozkoak eta emozionalak dituela. Helburua da ikasleak beren ikasketa antolatuz eta erregulatzera iristea, norbanaka zein taldeka ikasten jarraitzeko gai izan daitezen.

HAUSNARKETA BAT DATOZEN URTEETAKO HEZIKETA MATEMATIKOARI BURUZ.

Javier Bergasa Liberal eta Manuel Sada Allo, Bigarren Hezkuntzako irakasleak

XXI mendeko heziketa matematikoa nolakoa izango den mahairatzeak, etorkizunari begira, fikzio zientzietako filmen modura, gehiegi urrunduko gintuzke egunerokoa ikasgeletan gertatzen denetik. Eta ez da ahaztu behar ikasgelan egunero egiten diren jarduerak gaur egungo benetako egoeraren berri ematen dutela, eta hurbileko etorkizuna nolakoa izango den adierazten digute; horri buruz jardun nahi dugu lerro hauetan, ausardia pixka batekin.

Baina etorkizunari buruz hitz egiteko ezinbestekoa da iraganari xehetasunez begiratzea, eta argi dago hau ez dela toki egokia Matematikaren definizioaren interpretazioak jarraitu duen bilakaeraren azterketa zehatza egiteko, ezta nola aurreratzen diren eta alderdi horiek eskolako matematikan duten islaren azterketa zehatza egiteko ere. Halaber, ezinezkoa da proposamen ezberdinetan eta hezkuntza-erreformetan kurrikuluak nolako bilakaera izan duten baloratzen geratzea ere, baina zalantzarik ez da gorabehera horietatik haratago izan direla, une ezberdinetan, lanbidezko matematikarien artean mugimendu garrantzitsuak, matematika jarduerak zer islatzen duen soslaitu dutenak eta unibertsitatez kanpoko mailtako lan metodo eta edukietan eragin handia izan dutenak. Nahikoa da 70eko hamarkadan multzoen teoria iristeak ekarri zuen aldaketa gogoratzea, eta nola aldatu zuen zenbaki eta eragiketei buruzko eragiketa tradizionalen moduko edukien kontzeptualizazioa, adierazpena eta irudikapena. Halaber, Bourbaki taldeak eduki matematikoen irudikapenean nagusi izan zen formalismoan izandako eragin handia azpimarratu beharko litzateke, eta Geometriarekiko Algebrari eman zitzaion pisua, oinarritzat hartuta hark desiratutako zehaztasun eta formaltasunerako aukera errazago ematen zuela eta Geometriak, aldiz, algebra egituretan gainditu eta murgildutako zerbait zirudiela. Horren ondorioz, sena, espazioaren ikuskera, objektuen manipulazioa eta irudikapena, problema erreale edota kontestualizatuen planteamendua atzeratu egin ziren formalismoak proposatzen zituen gaitasun eta metodoekiko irismen txikiagokotzat jota.

70eko hamarkadaren amaieraz geroztik, Lakatosen (1923-1974) *Pruebas y refutaciones*en hilondoko argitalpenaren ondoren, problemen ebazpena matematika jardueraren eta ondorioz bere irakaskuntzaren benetako ardatz gisa leku hartzen joan zen. Beraz, errealtatearekiko enfrentamendua da, edo bere murrizketa egokia, formazio-mailaren arabera, matematikak konplexutasunean barneratzeko bitarteko indartsu gisa agertzen diren esparrua, konplexutasuna izan zenbakitik, formatik, sinbolotik, aldaketatik, kausalitatetik, zalantzakotasunetik edo egitura logikoetatik etorria. Hori horrela, lehentasuna ematen zaie metodoei, edukien aurretik, eta edukien balioa ahaztu gabe, ulertzen da Matematikak bere garrantzia automatismoetan baino pentsamendu-prozesuetan kokatzen dutela; hortaz, problemek ariketek baino askoz ere eremu aberatsagoa eta egokia erakusten dute, ariketak problemekin maiz nahasten badira ere.

Hori horrela, matematikaren irakaskuntzaren etorkizunaren giltzarria hemen dago, egoera konplexuen erabileran, historiari hainbat kontzeptu edo metodo birsortarazteko ematen zaion erabileran, zehatza laguntza eta erreferentzi gisa mantentzean, modelizazioen bilaketan, metodo heuristikoen erabileran... Derrigorrezko matematikako hamar urtek lan egoera eta esperientzia anitzetarako bide eman behar dute, alde batera utzi gabe, jakina, gaur egun egiten diren praktika on asko.

Baliabide teknologikoak laguntza handia izan dira beti ezaguerak eskuratzeko –pentsa dezagun, esate baterako, inprimategiak eta liburuak dugun gizarte eta eskola eremuan izan duten eragina-, eta gaur egun eskura ditugun baliabide andana ezin da oztopo gisa ikusi irakasteko lanerako eta ikasteko eginkizunerako; aitzitik, horiekiko lotura bilatzea komeni da, helburu horietarako duten ahalmenarengatik.

Zalantzarik gabe, ordenagailuak alde batera uzterik ez dugun errealtate bat dira dagoeneko, eta matematika gaur egungo ikuspegitik ikusita, oso litekeena da laguntzaile matematikoei nominaren etorkizuna eta derrigorrezko hezkuntzan eta unibertsitateko hezkuntzan landuko diren eduki-mota aldatzen bukatzea. Baina, hortik haratago, horietan laguntza ona topatzen dugu konplexutasuna jorratzerakoan, izan ere modelizatze-lana errazten dute eta, halaber, usteak eratzea, ikerketa lana, egiaztatze eta gezurtatze lana, propietateen azterketa,

besteak beste, eta laguntza eskain dezakete kontzeptuak modu eraginkorrean eratzeko, testu batek edo ahozko deskribapen batek proposatzen dutena osatuz edo zabalduz.

Teknologia berriei era errazean leku egiteko bi esparru metodologiko aipa daitezke:

1. Lehenengo esparrua: ikasgela *arrunta*, irudi dinamikoak ordenagailu eramangarri batez eta kanoi multimedia batez aurkeztuz eta erabiliz.

Bistaratzea matematika jardueran aparteko garrantzia duen alderdi bat da, zerbait funtsean natural gisa agertzen dena, bai matematika pentsamenduaren iturburuan, baita matematika objektuen arteko erlazio berrien aurkikuntzan ere, eta baita matematika zereginak bereak dituen transmisioan eta komunikazioan ere.

Ordenagailuak, matematikak *ikusgarri egiteko* baliabide modura, aukera izugarriak eskaintze ditu, klarionak, arbelak eta testuliburuaren irismenetik urrun.

Adibideak askotarikoak dira: era guztietako irudikapen grafikoak bistaratzetik, elementu geometrikoen manipulaziora, bai planoan, baita hiru dimentsiotan ere, eta horien tartean, probabilitate problemen simulazioak etab.

2. Bigarren esparrua: ordenagailu gela, ordenagailua erabiltzen dutenak ikasleak berak direnez, figurak eraikitzeke, problemak ebazteke, usteak eta propietateak egiaztatzeke etab.

Metodologia bat nahi badugu ikaslea bere ikasketaren protagonista bihurtzen duena, ikaslearen esperimenezetik eta ondoriozko hausnarketa pertsonaletik abiatuta bere ezaguera matematikoa eraikitzen duena; irakaslearen papera nahi badugu ez soilik ezagueren transmititzailer izatea, baizik eta ikaslearen ikasketa aktiboa errazten duena ere izatea nahi badugu; orduan, ordenagailu gelak aukera didaktiko asko eta askotarikoak eskaintzen ditu.

Alde horretatik bereziki erabilgarriak dira Geometria dinamikoaren programak elementu geometriko mota guztietakoak manipulatzeko, *grafikagailuak* funtzioen azterketan edo *kalkulu orriak* Estatistika eta Probabilitatean.

Edonola ere, teknologia berriak baliabide bat gehiago izango dira, ikus-entzunezkoekin, material manipulagarriekin eta jokoekin batera (estrategia, zori edo eduki jokoak), problemen ebazpena Matematikaren irakaskuntza eta ikaskuntzaren esparru pribilegiatu gisa finkatzeko, eta teknologia berrietatik sustatu ahal izango da euren edukietan ongi aurrera egiteko beharrezkoak diren kontzeptualizazio eta abstrakzioa.

Ez litzateke bidezkoa izango lerro hauei amaiera ematea aurreko gogoeta askok beren babesa eta indarra Miguel de Guzmanen adibidean eta hitzetan aurkitzen dutela aitortu gabe. Bere oroimenez, hemendik guregandik merezi duen omena egiten diogu.

HEZIKETA MATEMATIKOA LHKO IKASKETA FINALISTETAN.

Jose M^a Irazoki, Berako Toki Ona BHIko Zuzendaria

PISA txostenak heziketa matematikoa norbanakoek matematikaren eginkizuna ulertzeko eta diziplina hori norbere beharrak estaltzeko modu gisa erabiltzeko duten gaitasun gisa definitzen du.

Beste alde batetik, Bigarren Hezkuntzako kurrikulua ezartzen duen Errege Dekretuak dio Matematikaren irakaskuntzaren helburu nagusia arrazoitzeko eta abstrakziorako gaitasuna garatzea dela. Aukera ematea, ikasitako gaitasun matematikoak erabiliz, izaera sozio-ekonomikoko edo zientifiko-teknikoko arazoak ebazteko. Ezinbesteko lanabesa da diziplina zientifiko guztiak aztertze, ulertzeko eta sakontzeko.

Bigarren hezkuntzako matematikak izaera terminala (bizitzarako beharrezkoa delako) eta propedeutikoa du. Honako gai-multzo hauek lantzen ditu:

- Zenbakiak eta eragiketak. Aritmetika eta Algebra.
- Magnitudeen neurria, estimazioa eta kalkulua.
- Espazioaren antolakuntza eta irudikapena.
- Informazioaren interpretazioa, irudikapena eta tratamendua.
- Zoriaren tratamendua.

Matematiken izaera instrumentalak Lanbide Heziketan aurkitzen du argiki bere aplikazioa. Bestalde, matematikaren kurrikuluan matematika ez da modulu espezifiko modura agertzen (*ikasgaia*). Horrek esan nahi du beharrezko prestakuntza DBHn lortu behar dela Erdiko Ziklorako eta Batxilergoan Goiko Ziklorako.

Baina lanbideen, lanbide-familien eta heziketa zikloen sorta hain da zabala eta askotarikoa, non ikasketak garatzeko aurretiaz behar diren matematika-ezaguerak ere horrelakoak diren. Aurretik azaldutako multzo tematiko guztiak beharrezkoak dira, baina horietan sakontzeko mailak oso ezberdina izan beharko du adibidez ile-apaintzaile izateko ikasteko edo iturgintza, informatika, marketing, elektronika etab. ikasteko.

DBHko 4. mailatik aurrera matematikan hainbat ibilbide hauta daitezke, eta bat egokiena izango da gero hautatuko den lanbiderako.

Baina ikasle, guraso, orientatzaile... maiteok, zein zaila den hautaketan asmatzea!

Batzuetan gertatzen da ikasle bat Lanbide Heziketako Goiko Zikloan sartzen dela ziklo horretarako egokiena ez den eduki matematikoa ikasita Batxilergoan. Beste batzuetan gertatzen da erdiko zikloetan ikasleak ziklo horretarako aurretik behar diren ezaguerak gabe sartzen direla. Bi kasuetan, Lanbide Heziketako irakasleak kontuan izan beharko du, eta horren arabera jokatu, ikaslearen heziketa matematikoa osatzen.

XXI mendeko irakasleak duela urte batzuetako ikasleria ez bezalakoa topatzen du gaur egun. Orduan maila hauetako ikasleak hautatuak izaten ziren, eta titulu batez lan ona, segurua eta ongi ordaindua lortzen zen bermea zuen (motibazioa).

Gaur egun gazteriaren %100 ikasgeletan dago... Bigarren HEZKUNTZA da, beraz ez da soilik irakastea, horretaz gain baloreen, bide-segurtasunaren, bakearen eta drogomenpekotasunaren inguruko baloreetan hezi behar dira. Horretaz gain ikasleak gustura egotea eskatzen da, izan ere garrantzitsua da zorientsuak izatea. Eta munduak plazerrak erruz ematen dizkie, gauzak erraz lortu, eskubideak bai baina betebeharrak ez...

Ikasketak satisfazioa ematen du, baina, halaber, diziplina, ahalegina, sakrifizioa... da.

Matematikako irakasleak astean 4 aldi ditu (ez dira 4 ordu), 10 edo 11 ikasgai dituzten ikasleekin, aipatutako eskakizunekin. Hor ez da ezer eskatzen dena! Erronka bat osoki.

Lanbide Heziketaz hitz egitean, ezinbestekoa da aurrerapen teknologikoak kontuan hartzea, eta heziketa matematikoan beharrezkoa da hori kontuan hartuz aurrera egitea.

Norbanako baten heziketa matematikoa askoren zeregina da: ikasleak ikasi egin behar du ezaguerak barneratzeko; gurasoek lagundu egin behar diote; irakasleak ikaslearen ikasketa zuzendu eta irakatsi egin behar dio; erakundeek baliabideak jarri behar dituzte, plangintza egokitik

hasita teknologietaraino. Bakoitzak geure eragin-esparruan jardun behar dugu, eta bakoitzak berea betetzen badu, arrakasta ziurra da.

Ondorio gisa, esan liteke DBHko Heziketa Matematikoak XXI mendeko herritarra bere behar pertsonalak estaltzeko prestatu beharko lukeela gutxienez, eta ikasle gehienak Batxilergoa ikasi ahal izateko. Batxilergoan, dagokion modalitatearekin bat datozen heziketa zikloak ikasi ahal izateko, gutxienez, edo unibertsitate-ikasketak egiteko. Lanbide Heziketan edozein unitate didaktikoren aurretiko ezaguera gisa tratatu beharko litzateke.

MATEMATIKA: GARRANTZIA ETA PISA EBALUAZIOA

Jesús González Goñi, Hezkuntzako Ikuskatzailea

PISA 2003-k (ikasleen nazioarteko ebaluaziorako programa) matematika hartu du ardatz, barne ebaluazioetan aplikatu ohi dugun ikuspegitik aldentzen den ikuspegi propio batez.

PISA ebaluazioaren ikuspuntua

PISAk 15-16 urteko ikasleek eguneroko bizitzako arazoak konpontzeko lortutako gaitasuna neurtzen du. Gaur egungo gizartean gero eta maizago gertatzen da ohiko egoerak matematikarekin lotuta egotea, hala nola, eguneroko erosketa, menu baten prestaketa, hauteskundeetako emaitzen azterketa, nahasketa baten osagaien dosifikazioa, zorizko emaitza baten iragarpena, PFEZ aitortpena, etab.

PISA matematika eredu teorikoaren elementuak.

PISAk edozein herritarrentzat beharrezkoak diren edukiak identifikatu eta lau azpiarlotan sailkatzen ditu:

- *Espazioa eta forma* (perimetroak, azalera, arloak, simetriak, objektuen irudikapena, eskalak, Pitagoasen teorema, Talesena);
- *Kopurua* (eragiketak, unitateen aldaketa, estimazioa, kalkulua, zenbaki sistemak, proportzioak);
- *Aldaketa eta erlazioak* (aldakien arteko erlazioa, funtzioen irudikapena, ekuazioak, desberdintasunak);
- *Ziurgabetasuna* (informazioaren tratamendu estatistikoa eta bere interpretazioa, probabilitatea eta iragarpena).

Azpiarlo horien izenak ez dira testuliburuetan erabiltzen direnak; nolahi ere, Geometria, Aritmetika, Algebra, Estatistika eta Probabilitateko edukiekin erlazioa dute.

PISarentzat **giltzarri diren prozesuak** Birsortzekoa, Konexiokoa eta Hausnarketakoa dira; horiek ikasgeletan lantzen diren ezagutza prozesu eta trebetasunetatik haratago doaz; oinarriko prozesu kognitibo ezberdinak egituratzea eskatzen du, hala nola: arrazoitzea, argudiatzea, ereduak eraikitzea, irudikatzea eta komunikatzea. Prozesu gakoak beharrezkoak dira mota ezberdineko problemak ebazteko: hurbilak diren problemetatik hasita ikasi diren eta problema berrietara edo ohiz kanpokoetara iritsi arte.

PISAk herritarraren bitzako hainbat testuingurutan oinarritutako bere galdera propioak eratzen ditu. Kontuan hartzen ditu bizitza pertsonalaren testuingurua (zaletasunak, adinari dagozkion jarduerak), eskola-bizitzaren testuingurua (elkartrukeak, bidaiak, harremanak), gizarte-testuingurua (bere eskubideak erabiltzea eta bere betebeharrak betetzea), testuinguru zientifikoa (gairik konplexuenetan parte hartzea).

Testuinguruak eginkizun erabakigarria betetzen du, ikasketa eskolaz kanpoko beharrak konpontzeko aplikatzea ziurtatzen du.

PISaren galderak.

Galderen enuntziatuak matematikako eskoletan ohikoak diren galderenak baino luzeagoak dira; ikaslea lengoia sinbolikoa erabiltzera eta bere matematika-problema eraikitzen behartzen da.

Galderetan hiru elementu hauek erabiltzen dira: edukiak, giltzarri diren gaitasunak eta testuingurua; horrela, modu orekatuan jorratzen dira posible diren aldaki guztiak; ikasleei eskatzen diete eraginkortasunez komunikatu, arrazoitu eta aztertzekeo problemak planteatu, ebatzi edo interpretatu ahala.

Ez dute eskatzen inolako formula edo buruz ikasitako daturik erabiltzerik. Agerian jartzen da, berriz ere, edukiek esperientzia aberats eta askotarikoei loturik egon behar dutela funtzionalak izatera iritsi daitezen. *Herritarrarentzat memorizatu eta edukiak errepikatzea baino garrantzitsuagoak dira osotasunaren ikuspegia eta problemak ebazteko estrategiak.*

Matematizazioa

Bizitzako arazo bakoitzarekiko (eta PISA ebaluazioarekiko), *ikasleak ikuskera bat izan behar du hori matematikarekin lotzeko, matematika problema planteatu, emaitza matematikoa eraiki, abiapuntu arazoaren irtenbidea eratu eta bere onarpenari buruzko hausnarketa egin.* Prozesu logiko horri "matematizazioa" deituko diogu, ikasgeletan egiten da baina eskolaren testuingurua eta diziplina testuingurua murriztuta gelditzen da, eta ondorioz oharkabean pasa daitezke honako esaldi hauek:

1- *Matematikarekiko erlazioa eta problemaren planteamendua.* Horretan datza PISAren problemei erantsitako zailtasunetako bat; matematika eskoletako problemak kokaturik daude eta ez da beharrezkoa aurretik “zeri buruzkoak diren” erabakitzea; bizitzako problemak, ordea, ez daude katalogatuta, eta ez daude matematika-hizkuntzan adierazita. Ikasleak lehenik eta behin matematika problema eraiki beharko du, eta gero hori ebatzi.

2- *Abiapuntuko problemaren soluzioa eratu eta bere onarpenari buruz hausnartu.* Egia da matematika problemetan aurkitutako soluzioak arloak berea duen logikaren barruan baloratzen dira; PISAren galderetan, ordea, horretaz gain hasierako problemak berea duen testuinguruan arrazoitu behar da; ohikoa da zenbaki-soluzio batean oinarritutako baieztapen edo iritzi bat onartzeko edo gaitzesteko eskatzea.

Ikasleek prozesu honetako fase guztiak egiteko autonomia lortzen duten heinean, herritar aktibo gisa aurre egin beharko dieten problemen soluzioan matematikako ezaguerak eta trebetasunak erabiltzeko gauza izango dira. Hortik dator metodologia hau ikasgeletako lan metodologian sartzearen garrantzia.

PISAk bilatzen duen alfabetizazio matematikoa eskolako bizitza errealera helarazteko gaitasunean datza, hori da, hain zuzen ere, **gaitasun matematikoaren** funtsa.

Emaitzak eta hobekuntza desiragarria

PISA 2003-k emaitzak errendimendu-eskalan adierazten ditu, eta 6 mailatan zatitzen du gaitasun matematikoaren garapen-mailaren arabera. Mailetak bakoitzean kokaturiko ikasleek zer egiten dakiten eta zer ez dakiten adierazten du. Lortzen den informazioa oso kalitate ezberdinekoa da ikasleek lortutako puntuazioen batez besteko balioaren arabera herrialdeak ordenatze soiletik ondorioztatzen den informazioaren kalitatearekin alderatuta. Gaitasun matematikoaren maila ez da eskuratutako edukien arabera neurtzen, ikasleak sortzen diren problemei soluzioa aurkitzeko duen gaitasun-mailaren arabera baizik. Horrek eskatzen du matematikaren ikuspegi orokorra izatea, matematikaren garrantzia baloratzea eta gaitasun kognitiboak funtzionalki garatzea.

Espainiaren kasuan, 6 mailan, hau da, gaitasunik handienekoan, ikasleen %1 dago, ELGAko herrialdeen batez bestekoa, aitzitik, %4koa da; 2tik beherako mailetan ikasleen %23 daukagu, eta ELGAko herrialdeen batez bestekoa, aldiz, %21koa da.

Bi datu horiek hobetzeko bi ildo markatzen dituzte: herritar gisa topatuko dituzten arazoei aurre egiteko nahikoa gaitasun ez duten ikasleen tasa murriztea interesatzen zaigu, eta, aldi berean, gaitasun matematiko handia duten ikasleen tasa areagotzea interesatzen zaigu, izan ere gaur egungo gizarteak zientzialariak behar ditu, eta onak.

Zer egin dezakegu?

PISA ebaluazioa munduko erreferente bilakatu da; herrialde ezberdinetako eskualde eta erkidegoek ere lagin adierazgarriarekin parte hartzen dute hobetzeko erabakiak hartzeko aukera emango dien informazioa jasotzeko (Nafarroako Foru Erkidegoak PISA 2006 ebaluazioan parte hartuko du lagin adierazgarriarekin).

PISA nazioarteko ebaluazioak arazo orokorrei aurre egiteko ikasleek dituzten gaitasunen garapena neurtzen du; aldiz ohiko barne eta kanpo ebaluazioek beste lorpen kurrikular batzuk neurtzen dituzte; desiragarria da hezkuntza sistemek heziketa osoa eta funtzionala lortzea; hori dela eta, ebaluazio guztietatik datozen informazioak baliatu behar dituzte.

Hainbesteko garrantzia duen gaia izanik, eta gaur egungo gaia gainera, zer egokiagorik, ebaluazio hau oinarritzen duten eredu teorikoak sakon aztertzea baino; azterketa kritikoak irakaskuntza-jarduera aberastu egin behar du. Gaur egungo fasean ezaguera heziketarako eta hobekuntzarako oinarria da.

Hezkuntza jarduera erakargarria izan da beti, eta PISAk gaurkotasunean jarri eta gizarte osoaren eginkizuna gogorarazten du.

LEHEN HEZKUNTZAN MATEMATIKAK HOBETZEA: ATLANTE PROIEKTUA

M^a Rosario Herrera González, Hezkuntzako Ikuskatzailea

Nafarroako Gobernuko Hezkuntza Departamentuak, Hizkuntzak eta Matematikak Lehen Hezkuntzan duten balio formatibo eta instrumentalaz jabetuta, eta, halaber, ikasketa horiek ikasleek gero egiten dituzten ikasketetan duten eragina kontuan hartuta, Hezkuntza Administrazioaren ahalegina etapa horretara eta ikasgai horietara bideratu du, ikasleen oinarrizko gaitasunak areagotzeko eta Bigarren Hezkuntzara etapako helburuak behar bezala beteta iristen diren ikasleen kopurua handitzeko.

Gaur egungo legealdian estrategikotzat kalifikatutako helburu hori aurrera eramateko, urriaren 8ko 279/2004 Foru Agindua argitaratu da; agindu horren bitartez, Atlante proiektua ezarri da, Lehen Hezkuntzako oinarrizko gaitasunak hobetzeko. Proiektu hori hainbat ikastetxetan ezartzeak ikastetxe horietan 2002/2003 ikasturtean sartutako metodologian du iturburua. Lan metodologia hori kalitatea kudeatzeko ereduetan oinarrituta dago.

Jarduera irizpideak

Atlante proiektua sartzan den ereduko zenbait suposizio honako jarduera irizpide hauek dakartzate:

- Pixkanaka-pixkanaka ebaluazioaren eta neurriaren kultura baterantz aurrera egitea, hezkuntzaren errealitatea hobeto ezagutzeko eta hezkuntzaren gaineko esku-hartzea bideratzeko. Ildo horretan bertan, barne-ebaluazioaren –ikastetxeetan bertan egindakoaren- osagarritasuna bilatzea, kanpoko ebaluazioaren bitartez –Administrazioaren beste atal batzuetatik egina.
- Hezkuntza sisteman indartsuak diren alderdiak eta gabeziak dituzten alderdiak zehazten dituzten diagnosi azterketetan oinarrituta hobekuntza-planak egitea, ikastetxe guztietarako helburu berdinak zehazteko eta helburu horiek ikastetxeetako bakoitzean kontestualizatu ondoren ikastetxe bakoitzaren hobekuntza-planak sortzeko. Sistema hobetu egiten da helburu berdinak lantzen dituzten ikastetxe guztiak eta horietako bakoitza hobetzen baldin bada.
- Antolamendua eta jardunbidea –ikastetxearen kudeaketa- hezkuntzako emaitzekin erlazionatzea, prozesuen hobekuntzak emaitzen hobekuntzan eragin dezan.

Zer da ikastetxeko hobekuntza-plana?

Hobekuntza-plana aldaketa prozesu sistematiko eta etengabea da, planifikatua eta ikastetxeak berak garatzen duena, eta horren helburua hezkuntza-kalitatea hobetzea da, bai antolamenduaren eta jardunbidearen arloan, baita emaitzen arloan ere.

Hobekuntza planifikatu egin behar da, eginkizunak aurreikusitakoaren arabera garatu, emaitzak ebaluatu eta plangintza lortutako informazioaren arabera doitu.

Lan metodologia hau ikastetxeetan ezartzeak testuinguru bakoitzera egokitutako etengabeko hobekuntza eredu bat ezartzea esan nahi du.

Matematikako emaitzak kanpoko azken ebaluazioan

Atlante proiektua garatzeko hobekuntza-arloak zehazteko oinarri izan den diagnosi azterketa 2003/2004 ikasturtea bukatzean egin zen, hain zuzen ere Lehen Hezkuntzako 2. eta 4. mailako ikasleen Hizkuntza, Matematika eta Ingurunearen Ezaguerari zegozkion ezaguerak ebaluatu ondoren.

Azterketa horren ondorio nagusiek honako informazio hau eskaintzen dute:

Bigarren maila – Lehenengo zikloa

Ziklo honetan aurreikusitako helburuak lortzen dituzten ikasleen kopurua matematiketan gainerako arloetan baino txikiagoa da. Ikasleentzat zailtasun handiena duten edukiak “Problemen ebazpena” eta “Magnitude eta neurriak” gaien ingurukoak dira; zailtasun txikiagoa dute “Kalkulua” eta “Geometria”ren inguruko edukiek. Emaitzarik hoberenak “Estatistika eta Numerazioa”ren arloan lortu dira.

Laugarren maila – Bigarren zikloa

Ziklo honetan ere, aurreikusitako helburuak lortzen dituzten ikasleen kopurua txikiagoa da Matematikan ebaluatutako gainerako arloetan baino. Ikasleentzat zailtasun handiena zuten edukiak

“Problemen ebazpena” eta “Geometria”ren ingurukoak ziren, eta hurrenkera honetan jarraitzen zuten: “Estatistika”, “Magnitudeak”, “Kalkulua” eta “Numerazioa”. Zailtasunik txikiena “Zatiketak eta hamartarrak” gaiaren inguruan agertu dute.

Atlante proiektuaren hobekuntza-arloak zehaztea

Lortutako emaitzak errendimendu-estandarrekin –etapako ziklo bakoitza bukatzean ikasleek jakin behar dutena eta egiten jakin behar dutena- erkatu ondoren, Atlante proiektuan datozen bi ikasturteetan hobetu beharreko lehentasunezko arloak identifikatu dira.

Apirilaren 12ko 293/2005 Ebazpenak Haur eta Lehen Hezkuntzako ikastetxe publiko eta itunpekoen 2005-2007 ikasturteetarako hobekuntza-plana ezartzen du. Plan honetarako lehentasunezko eta nahitaezko zatitako hobekuntza-arloak honakoak dira:

- 1- Hizkuntza gaitasuna: irakurritakoaren ulermena, testu idatzien sorkuntza, irakurtzeko ohitura eta irakurtzeko zaletasuna.
- 2- Gaitasun matematikoa: problemen ebazpena.
- 3- Barne-ebaluazioa.
- 4- Hezkuntza-baloreak.
- 5- Informazioa familiei

Horretaz gain, ikastetxeek hobekuntza-arlo horiek jorratzeko abian jarri behar dituzten jarduerak eta helburuak ere ezartzen ditu, eta planteamendu integratzaile eta sistemiko baten alde egiten du, hartara gaitasun matematikoa hobetzera bideratutako jarduerak aipatutako arlo guztietako alderdiak sartuko dituzte.

Nola hobetu Matematikako emaitzak datozen ikasturteotan?

Problema ebaztea izan da Lehen Hezkuntzako ikasleen gaitasun matematikoa hobetzeko hautatu den eduki espezifiko.

Diagnosi azterketak erakusten du ikasleek eginkizun hau egiterakoan topatzen duten zailtasuna ez dela hainbeste emaitzara iristeko ikasleak egin behar dituen eragiketen kopurua eta mota baizik eta gehiago dela soluzio zuzenera eramaten duten eragiketak ulertzeko, ordenatzeko eta hautatzeko beharrezkoa den arrazoitze-mota.

Problemen ebazpena ikasleen heziketako funtsezko parte bat izango da baldin eta mahairatzen diren egoerek honako arlo hauek lantzerako bideratzen badute: testuinguru baten ulermena, hipotesien planteamendua, emaitzen azalpena, etab. Problema ebaztearen bitartez, haurrek matematikaren ahalmena eta gaitasuna inguratzen dituen munduan esperimendu behar dute.

Matematikak gai hartzen dituen bi urteko hobekuntza-planean sartutako jarduerak zehatzetako batzuk honako hauek dira:

- Problema enuntziatuak irakurri eta ulertzeko eta problema ebazteko estrategiak lantzeko denbora gehitu eta zehaztu.
- Etapako hiru zikloetan, arloetako asteko hiru saioetako bat problema ebazteko erabili.
- Errealitateari loturiko hainbat problema hautatu eta ordenatu ziklo eta ikasturteetako zailtasun-mailen arabera.
- Problema proposatu, ikasgelan aurkeztu ondoren ikasleek etxera eramanez ditzaten, etxean familiak lagun dezan haurrak zeregin horretarako hartzen duen denbora kontrolatzen eta lan eta ahalegin ohiturak sustatzen.
- Ziklo amaieran proba bat egitea, ebaluazio etengabe eta formatiboaren testuinguruan erreferente bat gehiago izan dadin.
- irakurkotasunerako jarrera sustatu, eta halaber, akatsak zuzentzeko malgutasuna, zailtasunak gainditzeko jarrerak eta abar.

Ikasleen gaitasun matematikoa lortzeko bide bakarra ez da izango problema ebaztea; horretaz gain, irakurmena eta barne-ebaluazioa hobetu beharko dira, familiek beren seme-alaben lana ezagutu eta horretan laguntzeko duten interesa sustatu beharko da, ikasleek beren eginkizunak egiterakoan duten autonomia eta erantzukizuna bultzatuz.

Proposatutako neurriak ikastetxearen antolamendu eta jardunbidean sartuko dira hezkuntza proiektuaren, urteko programazio orokorraren, tutoretza-planaren eta programazio didaktikoen bitartez.

Urteko txostenak neurri hauen aplikazioaren emaitzak jasoko ditu, baita ikastetxearen hobekuntza-planaren berrikusketa eta ebaluazio prozesuen emaitzak ere.

Kanpoko ebaluazioa 2006/2007 ikasturtea bukatzean egingo da, Lehen Hezkuntzako hiru zikloetan, eta ikastetxe guztietan lortutako aurrerapena ezagutzeko aukera emango du.

IKASGELA

MATEMATIKA: ZIENTZIA ETA KULTURA

Pedro Otaduy, "Iturrama" BHI. Iruñea.

Honen arabera, kultura letren eremuan kokatzen da eta zientziak, gehienez jota, teknika dira ez besterik. Gure gizarteak ongi baloratzen du kultura eta norbaitek esango balu bere iritziz olerkiak kurtsiak direla edo Aristotelesek esan zuenaz aritzea denbora galtzea dela norbait hori gaizki izango litzateke hartuta. Baina matematikaz edo fisikaz ezer ulertzen ez dela esateak ez du inporta. Irakurritakoa irakurrita, harro ere egon daitekeela dirudi.

Argi dago: iritzi hau eman zuenak aspaldian utzi zion matematika ikasteari. Eta matematikaz gutxi dakienez, ez du diagnostikoan asmatzen. Gizakion ezaguera beste edozein arlok bezalaxe, matematikak pertsonen irudimena behar du horren garapenerako. Eta sorpresak eman bai ematen dituela. Humanitateak eman dituen beste ekoizpen batzuek eragiten dituzten sentazioak ere emateko gauza da. Norbaitek galdetuko balit ea non ikusi dudana islatuta gizakion poztasuna ez nuke zalantzarik izango: 1993ko abuztuan Cambridge-ko Unibertsitateko matematikarien aurrean bere frogapena bukatu zuenean Andrew Wiles-ek zeukan aurpegian. Ez zen gutxirako Fermat-en hipotesia frogatu baitzuen.

Izan ere hirurehun eta berrogeita hamar urte lehenago Pierre de Fermat-ek ohar bat utzi zuen bere liburu baten bazterrean. Zuen hipotesi bat egiaztatzeko oso frogapen eder bat aurkitu zuela zioen, baina luzeegia hortxe idazteko. Fermat hil zen eta matematikari belaunaldi asko aritu ziren buru belarriz hipotesi horren frogapen baten bila. Hiru mende baino gehiago kostatu bazen, oso gauza korapilatsua zela pentsa daiteke. Bat ere ez! Pitagoras-en teorema ezagutzen dugunez geroztik guztiok dakigu hiru karratua gehi lau karratua bost karratua dela. Fermaten hipotesiak, dagoeneko Wilesen teorema dena, esaten du karratuekin sortzen diren kointzidentzia hauek beste berreturetara pasatzean ez direla inoiz gertatuko. Nahiz eta infinitu zenbaki izan, inoiz ez dugu halako hirukoterik aurkituko bakarrik karratuetatik kuboetara pasatzean. Nola kalifikatuko genuke hau? Nik esango nuke... harrigarria! Eta gainera, frogatu denez, egia.

Matematikan gauza harrigarriak aurkitzeko aukera gehiago daude. Ezaguna da xakearen asmatzaileak eskatu zuen sariaren istorioa. Lehengo gelaxkan, galgarau bat, bigarrenean bi, hirugarrenean lau eta horrela beti, batetik hurrengora pasatzean aurreko kopurua bikoiztuz. Hirurogeita lau gelaxka besterik ez dira, baina horrela metatzen den galgarau kopurua hemezortzi trilioi eta erdi pasatxo da. Eta hau zenbat da? Dirudienez asko, baina zenbat? Alderaketa zerekin egiteko zerbait behar dugu. Ale bat segundoko zenbatuz gero ea zenbat denbora kostatuko litzazigukeen sari osoa zenbatzeko eskatzen diet nire ikasleei. Aldez aurretik, haztamuz erantzun bat idatzi behar dute: aste bete bat?, hilabete bat? urte bete bat? Kontuak atera gehiago dela ikusten dugu, ia-ia seiehun mila milioi urte. Alderaketekin jarraituz, Lurraren adina lau mila bostehun milioi urte "besterik ez" dela esan dezakegu. Eta hau guztia ale bakar batekin hasiz eta hirurogeita lau gelaxka besterik ez erabiliz. Ezpairik gabe, hau harrigarria da. Eta beste gauza harrigarri bat: hau egiaztatzeko DBHko 3. mailako matematika nahikoa da.

Hirurehun urte Kristo aurretik Euklidesek garaiko matematika guztia liburu batean elkartu zuen. Borobila atera zitzaion: liburu horrek bere indar guztia mantendu zuen ia-ia XX menderaino. Hor idatzi zuena oinarritzko ideia batzuetan (esate baterako, osoa zatia baino gehiago dela) gehi zenbait *axiometan* irmotu zuen. Hasteko bost axioma ziren. Lehengo lauak erabat laburrak, bosgarrena, aldiz, lauzpabost lerrotakoa. Matematikari askorentzat hau erronka bihurtu zen: hain korapilatsua izanik, agian beste axiomen ondorio bat zen. Inork ezin zuen hau frogatu, inork ezin zuen bosgarren axiomaren beharra deuseztatu. Gehienez jota, sinpleagoak ziren bertsiobaliokideez ordezkatzera ailegatu ziren, baina hori bai, aurreko lauengandik independenteak zirenak. Bukaeran irudimenari ekin zion norbait agertu zen eta bere buruari galdetu zion ea zer gertatuko litzatekeen bosgarren axioma horrek eskatzen zuena eskatu ordez justu kontrakoena eskatuko balu. Lortu zuena (beno, lortu zutena bi baitziren: Bolyai eta Lobachevsky) guztiz onargarria den beste geometri sistema bat izan zen. Onargarria bai, baina ez gure ohikoa.

Ez pentsa oso gauza konplikatuaz mintzatzen ari garenik Bosgarren axiomak paralelo diren bi zuzen inoiz elkartzen ez direla esaten du. Noski, trenbideko errailak bezalaxe, esango dugu

guztiok. Baina Gasteizen eta Iruñean dauden bi lagun hasten badira iparrerantz ibiltzen, hots, norabide paraleloekin, bideak bai elkartuko direla eta bi puntu ezberdinetan gainera: ipar eta hego poloetan. Ez dago kontraesanik. Geometria laua eta geometria esferikoa bi gauza ezberdinak direla besterik ez dugu ulertu behar. Baina urrats hau emateko adorea ezinbestekoa izan zen. "Matematika Printzea" zen Gauss-ek berak antzeko zerbait egin omen zuen, baina argitara emateko ausardia falta zitzaion. Adorea beharrezkoa, bai, baita irudimena ere.

Horrela jarraituz, matematikaren historian gertatutako gauza gehiago aipatu ahal izango genuke, harrigarriak eta irudimen handikoak. Egiptoko piramideak eta horien neurrien zehaztasuna (sistema metrikoan edo, hobeto, aitzineko Egiptoko ukondoetan borobil-borobila ateratzen baita), sistema metriko ezartzeko abentura (bulego batean metroa meridioaren koadrantearen hamarmilioirena dela esatea erraza da, baina gero meridioa neurtu behar da), ohiko hamartarrekin luzera batzuk neurtezinak direla egiaztatzea (aldea unitarioa duen karratuaren diagonalak esate baterako, eta ez da oso luzera arraroa), inork ikusita ez zuen planeta baten kokapena eta ezaugarriak nola antzeman ziren beste planeta guztien orbitek haien ekuazioekin bat egiteko (matematika eta fisika Plutonen ere elkarturik),... Matematika giza garapenaren ikuspegi bat da eta aintzakotzat hartu behar dugu guztiok. Nahiz eta batzutan ulertu ez.

Baina egunkarrietan idazten diren gehienak letretakoak dira eta zientzia arlokoenak desabantailan gabeak. Ez al dute fakultatean Don Quijote irakurri? Hor garbi agertzen da: "*Zaldunak matematika ezagutu beharko du, edozein momentutan horren beharrezko izango baita*".

ARGITUTAKO ETXEA

Javier Fresán Leal, Barañaingo BHIko Batxilergoko 2. mailako ikaslea.

Diziplina gutxi izango dira matematikan adina aurreiritziz beterik daudenak: zinemak, literaturak eta haurren gorrotoak topiko andana bat sortzera bultzatu dute, hala nola, errealitatetik erabat independentea den ezaguera abstraktua, zoramena, matematikariaren bizitza erabilgarri motza, innatismoa, zailtasun gaindiezina edota zenbaki-itsaso arraroetan zehar dabilen buruaren bakartasuna.

Hori ez da horrela. Fermaten teoremaren frogapena zor diogun Andrew Willes ospetsuak noizbait esan duen moduan, zientzia hau gela ilun batean paseoa ematea da, astiro sartzen gara, pixkanaka-pixkanaka argitzen joaten da, han dauden objektuak ezagutzuz joaten garen heinean, eta gure begi-niniak ohitu egiten dira. Bidea ez da erraza beti, baina sartzea lortu dugunean, Thales, Euklides eta Pitagorasen etxea ikusten dugu, al-Khuwarizmi eta Fibonacciena, Leibniz, Newton, Gauss eta Eulerrena, eta maitemindu egiten gara.

Matematikak ez dira, pentsatu ohi den bezala, zenbakien erreinua, arrazonamendu logikoena, frogapenena eta orokortasunarena baizik. Adibidetzat balio izan dezala problema klasiko honek:

“Xake-taula bat da, kontra dauden bi izkinak kenduta dituen. Estal al liteke erabat bi laukiko tamaina duten 31 domino-fitxaren bitartez?”

Seguruena edozein zientzialarik esperimentera joko du eta ahalik eta konbinazio gehien egiten saiatuko da. Dozena bat saiakeraren ondoren, ikusiko du ondoan ez diren bi lauki gelditzen direla beti libre, eta ondorioztatuko du ezinezkoa dela, baina soilik ziurtatu ahal izango du itxura denez ezin dela taula estali, izan ere ez ditu banaketa guztiak egiaztatu.

Matematikariak, ordea, logikaz baliatuz, argudiatuko du xake-taula batean bi laukik elkar ukitzen badute orduan kolore ezberdinekoak direla baina kontrako izkinak kolore berekoak direla. Hori horrela, domino-fitxa bakoitzak ondoan diren bi lauki hartzen ditu, bata zuria eta bestea beltza, beraz taula osoa estali ahal izateko zurien eta beltzen kopuruak berdina izan behar du. Kolore bereko bi kentzen ditugunez (izkinak), ezinezkoa da.

Horrela, arrazoitze logiko ordenatuaren bitartekoak erabiliz, taula estaltzea ezinezkoa den frogapena eraiki dugu, eta frogapen hori absolutua da, ezerk ez du aldatuko datozen ehun urteetan. Hortxe dago matematikaren edertasuna, orduak, egunak, hilabeteak, baita urteak ere, problema bat ebazten igaro ondoren bat-batean gela argitzen ari dela ikustean sentitzen den plazerra. Hain zuzen ere, nire ibilera olinpikoetan zerbait aukeratu behar baldin badut bidaiez eta lagun berriez aparte, sentsazio hori hartuko nuke, bide egokia aurkitzen duzunean aurpegia hartzen dizun irribarrea.

Gero emaitzak aurkezteko unea heltzen da. Zehaztasuna funtsezkoa da: zentzu txikia du kontuen orri oso batek baldin eta enuntziatu bakoitzeko sinboloek zer irudikatzen duten argi azaltzen ez bada, azaltzen ez bada aurrekontuak zeintzuk diren, eragiketa bat bestearekin nola lotzen den. Baina problemaren ebazpena maite dugunok badakigu zehaztasuna baino are garrantzitsuagoa dela irudimena, teoremen aurreko ideia zoriontsua.

Ezaugarri hauek eta alboan utzi ditudan beste batzuek matematikak ezinbesteko jakintza izatea dakarte, hau da, gainerako zientzien oinarria, eta jakintza hori gabe fisikaren eta kimika modernoaren aurrerapen guztiak ezinezkoak izango liriateke; baina horretaz gain, itxuraz urrunak diren hainbat esparru ukitzen ditu, hala nola, ekonomia, psikologia, soziologia edo hizkuntzalaritza. XVI mendeaz geroztik, filosofia hobeto ulertzen da matematikak hondo gisa edukita, izan ere Descartesek, hain zuzen, berea bezain sendoa zen eraikin bat eraiki nahi izan zuen.

Hemen ez dut matematikak irakatsi beharko liriatekeen moduz hitz egingo: urteak eta esperientzia falta ditut. Nolanahi ere, uste dut askotan badagoela joera jakintza orokorra literaturari buruzko ideiez soilik elikatzen dela, hau da, historiaren ikuspegi orokor batez edo filosofo batzuen doktrinaz; eta nire ustez, ordea, pertsona jantzia izan nahi duen orok zenbait matematika nozio ere izan beharko litzukeela: bigarren mailako ekuazioa ebatzi, zein zenbaki-motak dauden jakin, funtzio bat zer den, Pitagorasen teorema, etab. Are gehiago, ziur nago jakintzaren maitale orok, matematikaren historia laburtu bat irakurtzen badu, antzina-antzinako bidaia honetan barneratze irrikatan bukatuko duela, ikaragarri ikasteko gogoz eta nabigatzaile eta *online* maparik gabe egin

zuten adimen batzuk miresten, izan ere munduko ordenagailurik hoberena adimen horiek baino askoz ere eskasagoa izango litzateke. Hori da, behintzat, niri gertatu zaidana.

PRENTSAKO ALBISTEAK

- *Hezkuntzak ezberdintasunak ez areagotzea erdietsi behar da. Haren erronkei dagokienez, besteak beste, azpimarratzeko modukoa da aniztasuna naturaltasunez hartzeko jarrerari ekitea, gizarte hau aldakorra delako. Izan ere, Nafarroan 87.000 ikasletik %8,4a etorkinak dira. Fermín Villanueva, Hezkuntzako zuzendari nagusia. Diario de Navarra, 05-01-30.*
- *Bigarren Hezkuntzako ikasleetarik erdiek arazoak sorrarazten dituzten ikaskideekin gogorrago jokatzeko eskatzen dute. Irakasleen %87aren aburuz, famili giroko permitibitatea da ikasle problematikoak izatearen kari nagusia. Diario de Noticias, 05-02-05.*
- *Tabakoa, usaindu ere ez. Tabakoaren aurkako borroka ikasgeletan hasten da. Hori da, bederik, Iruñeko Basoko Institutuko ikasgeletan abiarazi den proiektuaren xedea. Proiektu hori nerabeentzat xedaturik dago. Diario de Navarra, 05-03-03.*
- *CONCAPAK erlijioaren aldeko 3 milioi sinaduratik gora aurkeztu dizkio Gobernuari. Elkarre horrek erlijioa ikasgai ebaluagarria izan dadila eskatzen du. Diario de Noticias, 05-03-11.*
- *Gobernuak, CENek, UGTk eta CCOOk etorkizunerako lanbide heziketa itundu dute. "Ikastetxe integratuak" sortzeko eta eskuratzen diren jakintza-arloen edukiak ziurtatzeko apustua egin dute. Diario de Navarra, 05-04-06.*
- *Ez dago orekarik irakasleei eskatzen zaien guztiaren eta eskolako jazarpenari aurre egiteko eskaintzen zaizkien baliabideen artean. Gema Martín Seoane, Aurrearretazko Psikologia arloko ikertzailea eta Psikopedagogia irakaslea. Diario de Noticias, 05-04-18.*
- *Mundua emakumeok sortzen dugu. Emakumeen eta gizonen arteko benetako berdintasuna oraindik ere iritsi beharreko helburua da ...Hezkuntza Ministerioak aurrerapausoa eman du Haur Hezkuntzarako eta Lehen Hezkuntzarako material berezia argitaratuz. Aula de Noticias 05-04-19.*

BIBLIOGRAFIA

- *Aprendizaje informal de la ciencia. Didáctica de las ciencias experimentales. Monografikoa. Alambique aldizkaria, 32. zk. Graó argitaletxea.*
- *Informe sobre el estado y situación del sistema educativo. Curso 2002/2003. Estatuko Eskola Kontseilua.*
- *Evaluación Pisa 2003. Resumen de los primeros resultados en España. INECSE-MEC.*
- *Informe del Sistema Educativo en Navarra. 1990/2000. Nafarroako Eskola Kontseilua.*
- *VI Jornada del Consejo Escolar de Navarra con los Consejos Escolares de Centro. Planes de mejora en los centros/evaluación. Nafarroako Eskola Kontseilua.*
- *El Consejo Escolar de Andalucía 1990-2002. Andaluziako Eskola Kontseilua.*
- *Evaluación de la Educación Primaria (1 y 2º ciclo). Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.*
- *Sistema de indicadores de la Educación de Navarra 2003. Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.*
- *Estándares de Rendimiento de Educación y Primaria. Modelos G y A. Lengua Castellana, Matemáticas, Lengua Vasca, Proyecto Altante. Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.*
- *Proyecto Atlante / Atlante Proiektua. Orden foral 279/2004 Foru Agindua. Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.*
- *El informe PISA: análisis crítico. Aula de Innovación Educativa aldizkaria, 139. zk., 2005eko otsaila.*
- *Temas clave de la educación en Europa. Volumen 3. La profesión docente en Europa. Perfil, tendencias y problemática. EURYDICE.*
- *Educación para la sostenibilidad: un compromiso de futuro. Aula de Innovación Educativa aldizkaria, 140. zk., 2005eko martxoa.*
- *Educación y aprender, Nuevos entornos. BBVA Fundazioa. Franciso Giner de los Ríos XIX Sariak Hezkuntzaren Kalitatearen Hobekuntzari.*
- *Los fondos de la biblioteca escolar y los planes de lectura del centro. Eskola Liburutegiak bilduma. Sail Urdina, 5. zk. Hezkuntza Departamentua.*

- *La formación de usuarios y el uso de la información. Una experiencia didáctica en la biblioteca del Colegio Público de Falces (Navarra).* Eskola Liburutegiak bilduma. Sail Berdea, 5. zk. Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.
- *Participación de los padres y madres de alumnos en el ámbito municipal y de los centros escolares.* Gaztela-Mantxako Eskola Kontseilua.
- *El Consejo Escolar de Andalucía 1990-2002.* Andaluziako Eskola Kontseilua.
- *Irakurmena lantzeko jarduerak nola prestatu. Lehen Hezkuntzako 3. Zikloa eta DBHko I. Zikloa.* Angel Sanz Moreno. (Blitz horia, 5. zk.) Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.
- *El mundo de Javier. Una visión del siglo XVI a través de la vida de San Francisco Javier.* Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.
- *Guía de Estudios de la ESO.* Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.
- *Guía de Estudios de Bachillerato.* Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.
- *Guía de Estudios de Formación Profesional, Artes Plásticas y Diseño.* Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.
- *Guía de Estudios de Universidad.* Nafarroako Gobernuaren Hezkuntza Departamentua.

LEGERIAREN AIPAMENAK

- **Foru Komunitatearen Administrazioaren oinarrizko egitura ezarri du.** 37/2005 F.D., 2005eko otsailaren 24koa (NAO, 25. zk., otsailaren 28koa).
- **Hezkuntza Departamentuaren egitura ezarri du.** 43/2005 F.D., 2005eko otsailaren 24koa (NAO, 25. zk., otsailaren 28koa). Okerren zuzenketa: NAO, 47. zk., 2005eko apirilaren 20koa.
- **Foru Komunitatearen organoek langileria arloan dituzten eskurantzak** 30/2005 F.D., otsailaren 21koa (NAO, 25. zk., otsailaren 25ekoa).
- **Nafarroako Administrazioaren Idazkaritza Nagusi Teknikoen araupeketa.** 29/2005 F.D., otsailaren 21koa (NAO, 25. zk., otsailaren 25ekoa).

Hezkuntza Departamentua.

(43/2005 F.D)

Hezkuntza kontseilaria

- Kabineteko burua
- Idazkaria
- **Departamentuko Idazkaritza Nagusi Teknikoa**
 - Araubide Administrazioaren Atala
 - Araubide Juridikoaren Atala
 - Aurrekontu eta Kudeaketa Ekonomikoaren Atala
- **Giza Baliabideen Zerbitzua.**
 - Langileri Atala.
 - Nomina eta Gizarte Aseguruen Atala.
 - Laneko Arriskuei Aurrea Hartzeko Atala.
- **Eskola eta Lanbide Irakaskuntzaren Zuzendaritza Nagusia**
 - Zuzendari nagusia
- **Zerbitzuak Ikuskatzeko eta Ikuskapen Teknikorako Zerbitzua.**
- **Ikastetxeen eta Ikasketetarako Laguntzen Zerbitzua.**
 - Obra eta Ekipamendu Atala.
 - Hezkuntza Departamentuko Egoitzen eta Ikastetxeen Mantentze Lanetarako Atala.
 - Ikastetxeen eta haien Finantzetaren Atala.
 - Ikasketetarako Laguntzen Atala.
- **Eskola Antolamendu eta Berriztapenerako Zerbitzua**
 - Ikasketak Antolatzeko Atala
 - Hezkuntza Berriztapenaren eta Curriculum Garapenaren Atala
 - Irakasleen Prestakuntza Atala
 - Araubide Bereziko Irakaskuntzen Atala
 - Teknologia Berrien Atala
- **Euskara Zerbitzua.**

- Euskararen Didaktika Atala.
- **Lanbide Heziketaren Zerbitzua**
 - Lanbide Irakaskuntzak Berriztatu eta Garatzeko Atala.
 - Lanbide Heziketa eta Enpresaren Atala.
 - Lanbiderako Prestakuntzen Atala-Nafarroako Prestakuntzen Institutua.
- **Dibertsitate, Kultura-aniztasun eta Inmigratziorako Zerbitzua.**
 - Hezkuntza Premia Berezien Atala
 - Etengabeko Hezkuntza eta Prestakuntza Atala
 - Kultura-aniztasunaren eta Inmigratzioaren Atala